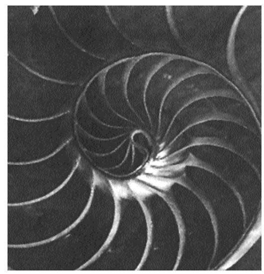
«PARLARE» MATEMATICA ESPERIENZE NELLA SCUOLA MEDIA

*di Anna Marazzini**

Un esempio che illustra come le difficoltà incontrate nel cammino di apprendimento della matematica dai ragazzi della scuola media inferiore, si situano frequentemente a livello del linguaggio specifico (soprattutto se simbolico) oltre che a livello logico.

In una prova d'ingresso, che prevedeva lo svolgimento di diversi tipi di quesiti, alunni di seconda media hanno risolto senza particolari difficoltà il seguente problema:



Due muratori eseguono, pagati ad ore, un lavoro nella casa del signor Rossi, il quale paga loro la somma di 432 000 lire. Sapendo che un muratore ha lavorato 9 ore e l'altro 7 ore, quanto spetta a ciascuno di loro?

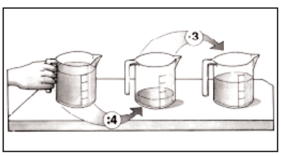
Invece, quasi tutti hanno sbagliato la soluzione di quest'altro problema, che pure presenta la stessa struttura di quello precedente:

Due sarti acquistano, l'uno i 2/5 e l'altro i 3/5 della stessa pezza di stoffa lunga in tutto 20 metri. Quanto è lunga la stoffa acquistata da ciascuno dei due sarti?

Nella stessa prova gli alunni avevano dimostrato di saper utilizzare la frazione come operatore per calcolare i 2/3 di un numero, o per colorare i 3/4 di un cerchio. I ragazzi avevano cioè appreso un uso del simbolo «*n*/*m* di ...» in determinati ambiti, ne conoscevano la nomenclatura e alcuni di loro sapevano anche esprimere il ruolo del numeratore e del denominatore, ma a tutto ciò non corrispondeva evidentemente (e anche prevedibilmente) un'effettiva comprensione del senso dell'espressione simbolica che utilizzavano.
Spesso, dove si osserva una confusa comprensione di un contenuto, o un'errata soluzione di un problema, l'ostacolo è una carenza non tanto nel metodo quanto nella competenza linguistica. Di fronte a questa problematica gli insegnanti di scuola media adottano due posizioni estreme: la rinuncia all'uso del linguaggio specifico (si rimuove l'ostacolo) o l'intro-

duzione formale del linguaggio specifico, che diventa un contenuto tra gli altri. (si maschera l'ostacolo). Non è possibile insegnare matematica, anche a livello elementare, facendo riferimento esclusivamente al linguaggio ordinario, da cui occorre tuttavia partire lavorando con ragazzini di 11-14 anni. Sembrerebbe inevitabile nella didattica quotidiana oscillare fra una posizione e l'altra, a scapito di una vera comunicazione e della possibilità di guidare i ragazzi verso un apprendimento sempre più consapevole.
È possibile invece un'altra posizione, per cui il linguaggio disciplinare e il simbolismo non sono «ostacoli» all'apprendimento, ma «gradini» per incrementare la propria capacità di leggere dentro le cose e scoprirne il senso.
Quali attività proporre? O come proporre le normali attività perché i ragazzi comincino a percorrere questo cammino in salita?
L'esperienza di questi ultimi anni mi porta ad affermare che, se i ragazzi imparano la matematica facendo esperienza del «fare matematica», analogamente essi imparano il linguaggio della matematica facendo esperienza del «parlare» matematica. In altri termini: una didattica che si pone come obiettivo l'acquisizione del linguaggio disciplinare specifico deve avere la preoccupazione di guidare gli alunni a «reinventare» quel linguaggio.

Un esempio: la frazione come operatore



Un problema pratico, ottenere 3/4 di un determinato volume, richiede una divisione e una moltiplicazione

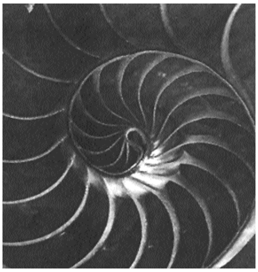
La difficoltà nella comprensione della «frazione come operatore» è dovuta al fatto che in generale si utilizza un simbolismo (3/4 di ...) che è la formalizzazione di una struttura di ragionamento, chiedendo poi la risoluzione di problemi con le frazioni. Bisogna invece pensare di fare il lavoro inverso, partire cioè da problemi la cui risoluzione richiede l'esecuzione di una divisione e di una moltiplicazione, per formalizzare poi il ragionamento attraverso l'introduzione della frazione come operatore.
Ho proposto quindi alla classe problemi di questo tipo:

Al termine della giornata di ieri la cassiera di un teatro aveva venduto 110 biglietti con un incasso di 880 000 lire. A quanto ammonta l'incasso di oggi sapendo che i biglietti venduti sono stati 92?

Un treno percorre 460 km in 5 ore e, viaggiando sempre alla stessa velocità media, completa il proprio percorso dopo 2 ore; quanto è lungo il percorso in tutto?

Alcuni amici, 4 milanisti e 5 interisti, vanno allo stadio di San Siro per assistere alla partita di derby. Tutti hanno avuto il biglietto omaggio dal club sportivo al quale appartengono Il valore complessivo dei biglietti è di 252 000 lire. Quanto ha speso ciascuno dei due club per fornire i biglietti omaggio ai propri associati?

Dopo la risoluzione ho chiesto ai ragazzi di osservare con attenzione le operazioni svolte, di schematizzare le tre situazioni mediante un disegno e di sintetizzare il procedimento risolutivo mediante un'espressione aritmetica. Successivamente ho assegnato a casa l'esercizio di inventare e risolvere problemi che presentassero la stessa struttura di ragionamento.
Nella lezione successiva abbiamo svolto un lavoro analogo su alcuni dei problemi proposti dai ragazzi (che sono diventati il problema di Giacomo, di Valeria eccetera). Al termine ho assegnato come compito di scrivere commenti e osservazioni su quanto svolto cercando di scoprire e descrivere gli elementi comuni ai vari problemi. La volta dopo (la quarta ora di lezione sull'argomento) i ragazzi hanno cominciato a utilizzare espressioni del tipo: «5 su 7», «intero o totale», «parte», «parte unitaria», «parte che manca a formare l'intero» e alcuni alunni hanno intuito che i problemi risolti avevano qualcosa a che fare con le frazioni.



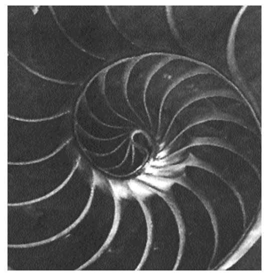
Ho allora assegnato come compito:
a) *utilizzare la frazione per spiegare il disegno, i dati e i risultati delle operazioni*;
b) *trasformare il testo del problema utilizzando le frazioni*.
Ho ottenuto esiti inaspettati: confrontando i testi elaborati, i ragazzi hanno capito che, a seconda di ciò che veniva scelto come intero, le frazioni usate erano «rovesciate» (*frazione reciproca*); che in alcuni problemi veniva richiesto di trovare «una parte dell'intero» mentre in altri «più dell'intero» (*frazione propria e impropria*); che non sempre è necessario specificare la frazione corrispondente al «resto» (*frazione complementare*); che in tutti i problemi occorreva determinare una «parte più piccola» di tutte le altre (*frazione unitaria*). A questo punto si è trattato solo di dare un nome a qualcosa che già era entrato a far parte dell'esperienza conoscitiva dei ragazzi.
Appoggiandomi su questo primo «gradino» ho rischiato il passo della generalizzazione chiedendo ai ragazzi di esprimere alcune definizioni. È stato interessante osservare che i ragazzi hanno fatto spesso riferimento alle particolari situazioni o esemplificazioni analizzate (fatto che indica una parziale concettualizzazione) ma nello stesso tempo hanno saputo distinguere la definizione di un certo tipo di frazione dal criterio per

riconoscerla. Ecco alcuni esempi:
«Una frazione è reciproca di un'altra quando confrontando due cose, se una è 5/7 di un'altra allora quest'altra è 7/5 della prima (come nel problema del treno); allora è facile perchè la frazione reciproca ha i termini cambiati di posto.»
«Una frazione è propria se rappresenta un pezzo più piccolo dell'intero, impropria se è più grande dell'intero, poi ci sono quelle che non capisco perchè dicono che sono frazioni perchè sono intere, si chiamano apparenti; per distinguerle devo confrontare il numeratore con il denominatore.»
«Due frazioni equivalenti hanno numeri diversi sopra e sotto, ma se faccio il disegno ottengo cose uguali, cioè valgono uguale; per passare da una all'altra devo moltiplicare o dividere il numeratore e il denominatore per lo stesso numero; è difficile, io non ho capito perchè 4/6 e 6/9 sono equivalenti perchè non trovo il numero.» Abbiamo dedicato tutta l'ora a un lavoro che abbiamo chiamato di «pulizia» delle frasi. Alla fine è stato motivo di grande soddisfazione confrontare le definizioni elaborate da noi con quelle scritte sul libro di testo e vedere che in molti casi erano enunciate con la stessa chiarezza e proprietà.

Gli esiti del lavoro

A verifica dell'efficacia del lavoro svolto, dopo un'altra ora di lezione durante la quale abbiamo risolto i tipici esercizi che si trovano sui testi, relativi anche alla scrittura della frazione impropria come numero misto e al confronto di frazioni, ho riproposto il problema della prova d'ingresso che è stato risolto dai più senza difficoltà. Questo non è stato l'unico esito positivo: i ragazzi si sono impegnati e appassionati nell'invenzione e nella risoluzione di altri problemi con le frazioni, hanno saputo trasferire quanto appreso anche in ambito geometrico e hanno affrontato con tranquillità l'ulteriore sviluppo della questione ovvero il passaggio alla frazione come numero razionale.
Ho osservato che gli studenti hanno «manipolato» le frazioni, trasformandole e sommandole con efficacia e coerenza rispetto alla questione posta, anche senza avere avuto in precedenza la spiegazione di regole di calcolo e senza dover ricorrere a schemi e meccanismi precostituiti applicabili a classi di problemi. Ciò dimostra che guidare i ragazzi alla scoperta, impegnandoli a diversi livelli «descrittivi» (dal racconto alla codifica in simboli di procedimenti risolutivi, dall'invenzio-

ne e esemplificazione alla lettura analitica di rappresentazioni, eccetera) li rende più spontanei nell'operatività e consente loro un'iniziale consapevolezza perlomeno della convenienza, se non addirittura della necessità, della scrittura simbolica.
Mi pare che l'efficacia del lavoro sia dipesa anche dall'aver utilizzato problemi aritmetici (e non geometrici) la cui rappresentazione era libera da formalismi prestabiliti. Può sembrare a noi insegnanti che l'ambiente geometrico, con i suoi oggetti, offra immagini di riferimento più concreti. In realtà, la rappresentazione mediante oggetti geometrici richiama conoscenze e suggerisce significati già acquisiti e applicati secondo certe categorie, che possono a volte impedire o rendere faticosa la corretta lettura di quanto si voleva schematizzare.
A conclusione vorrei dire che non è dispiegando un itinerario di apprendimento lineare, imponendo quindi percorsi prestabiliti, che si pongono basi sicure per la formazione dei concetti e del linguaggio. Ho imparato che i ragazzi, esplorando situazioni anche complesse, prendendo sul serio i segnali che l'insegnante fornisce loro per recuperare, ripensare, riordinare, esprimere quanto scoperto, si appropriano in modo attivo e autonomo di idee e parole. Allora non importa se probabilmente non potrò replicare in un'altra classe la stessa attività, in quanto molto del lavoro è dipeso dalle intuizioni e dalle proposte dei ragazzi di quella classe, ciò che conta è progettare e proporre percorsi di ricerca ed essere disposta, insieme agli alunni, a lasciarmi sfidare dalle domande che ne possono nascere: dentro questa esperienza condivisa le parole acquistano spessore.



**Docente di matematica*