

KURT GÖDEL (BRNO 1906-PRINCETON 1978) NOTA BIOGRAFICA

Kurt Gödel nasce a Brno nel 1906. Dal 1924 è a Vienna dove frequentò l'Università, inizialmente con l'idea di studiare fisica, ma passando poi a matematica due anni dopo. In questo stesso periodo, e cioè verso la fine degli anni Venti, sotto invito di Hans Hahn, iniziò a frequentare le riunioni del circolo di Vienna.

Nel 1930 ricevette il dottorato in matematica, presentando una tesi contenente il risultato di completezza di cui parlò al convegno di Königsberg tenutosi nel mese di settembre dello stesso anno. I teoremi di incompletezza rientrano invece all'interno del suo *Habilitationsschrift* all'Università di Vienna, con cui l'anno dopo acquisì la carica di *Privatdozent*.

Dell'inizio degli anni Trenta è anche la sua assidua partecipazione alle attività del circolo di Karl Menger, dove presentò vari lavori, curando anche la pubblicazione di alcuni dei volumi degli atti del relativo seminario. In tale periodo, occupò il ruolo di *Privatdozent* presso l'Università di Vienna, tenendo vari corsi, intervallati da alcuni viaggi in America, soprattutto presso l'*Institute of Advanced Study* (IAS) di Princeton che, anche per le migrazioni in atto dall'Europa, doveva diventare nel giro di pochi anni uno dei poli di assoluto prestigio della ricerca scientifica a livello mondiale.

Del 1940 è lo spostamento definitivo di Gödel in America, presso lo IAS, di cui dopo un periodo di contratti annuali divenne definitivamente membro nel 1953. Malgrado l'importanza assoluta dei teoremi di incompletezza, l'opera di Gödel non si riduce a essi; la sua attività scientifica contiene infatti altri importanti contributi, non tutti appartenenti al campo della logica matematica.

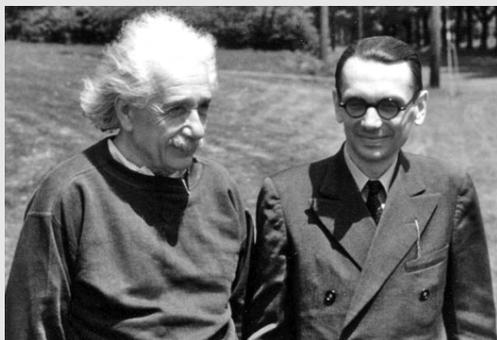
La sua produzione scientifica si può suddividere in due fasi essenziali.

La prima, fino alla seconda guerra mondiale, è quasi interamente dedicata alla logica matematica. In questo periodo, oltre ai teoremi di completezza e incompletezza, Gödel pervenne tra l'altro ad alcuni risultati fondamentali nella moderna teoria degli insiemi, soprattutto in relazione all'ipotesi del continuo.

Nel secondo dopoguerra, e cioè durante il periodo americano, gli interessi di Gödel riguardarono anche altri soggetti, tra cui alcune questioni di carattere cosmologico - contesto in cui avanzò l'ipotesi di un modello di universo rotante, in cui non è presente alcun «concetto privilegiato di tempo universale» -, e la filosofia della matematica - ambito in cui le sue concezioni costituiscono una delle più chiare e nitide formulazioni della moderna corrente di pensiero platonista.

Gran parte dell'esistenza di Gödel fu caratterizzata da vari ricoveri in case di cura, per i suoi aspetti fortemente psicotici, dovuti soprattutto a problemi di paranoia e anoressia. In parte in connessione con questi problemi, l'esistenza di Gödel fu unicamente popolata da figure, come lui, del tutto fuori dall'ordinario. Ciò riguarda soprattutto il periodo americano, in cui nella sua vita quotidiana giocano funzioni determinanti, anche da un punto di vista pratico, figure come quelle di John von Neumann e Albert Einstein, spesso aventi ruoli di natura «proteettiva» nei confronti del logico austriaco.

Gödel morì a Princeton nel 1978.



GÖDEL NEL SUO TEMPO

ALCUNI ASPETTI DELLA RICEZIONE DEI TEOREMI

di Luca Dell'Aglio*

Nel centenario della nascita di Kurt Gödel, offriamo una rilettura particolare del suo lavoro più famoso, i teoremi di incompletezza, formulati all'età di venticinque anni, quando lavorava all'Università di Vienna. A testimonianza che l'opera di uno scienziato è sempre strettamente legata agli eventi storici e alla riflessione che si svolge nella società. E questo è tanto più evidente analizzando la questione di come il mondo dei matematici e dei logici contemporanei a Gödel, soprattutto quelli vicini al circolo di Vienna, hanno «reagito» alla presentazione dei teoremi.

Riconosciuti come una delle principali e più rivoluzionarie conquiste del moderno pensiero logico, matematico e filosofico, i teoremi di incompletezza di Kurt Gödel sono stati costantemente soggetti ad ampie discussioni, soprattutto per il fatto di porre dei limiti a un campo apparentemente illimitato come quello delle attività conoscitive umane.

Malgrado ciò, alcuni aspetti di questa vicenda, di carattere per lo più storico, ma con ampie ricadute di natura concettuale, sono stati, almeno per un certo tempo, affrontati in modo minore. Ci si sta riferendo a quel complesso di circostanze che può essere fatto rientrare nella questione della ricezione dei risultati di Gödel, cioè a quell'insieme di eventi di natura storico-concettuale riguardanti il modo in cui tali risultati sono stati valutati nel periodo immediatamente successivo alla loro comparsa.

L'interesse per tale tipo di questione è dovuta a ragioni di carattere sia generale che specifico. In effetti, se da un punto di vista globale l'analisi delle modalità in cui un certo risultato in campo scientifico viene recepito dalla comunità dell'epoca costituisce uno tra i migliori angoli di visuale per comprenderne l'effettiva portata storico-concettuale, soprattutto nel caso in cui tali modalità evidenzino delle forme di divergenza; d'altra parte, la questione della ricezione dei teoremi di incompletezza di Gödel possiede una rilevanza specifica particolare, in relazione alla loro stessa natura.

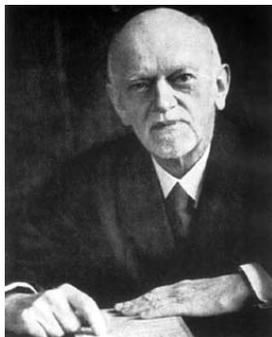
In effetti, malgrado siano state poi individuate alcune loro forme di anticipazione nel pensiero logico di primo Novecento, tali teoremi

*Dipartimento di Matematica,
Università della Calabria.

costituirono dei risultati in gran parte inattesi e ottenuti con metodi da più punti di vista innovativi; e dunque tali da generare, almeno potenzialmente, delle forme di resistenza all'interno della comunità scientifica dell'epoca.

Con lo sviluppo avutosi negli ultimi decenni delle indagini di carattere storico e con la avvenuta conoscenza di varie fonti archivistiche - soprattutto del *Nachlass* di Gödel, cioè del complesso delle sue carte conservate presso la *Firestone Library* dell'Università di Princeton-, il modo in cui i suoi risultati di incompletezza sono stati valutati all'epoca della loro comparsa è stato di recente preso in esame da vari autori e da vari punti di vista, evidenziando una vastità di reazioni, alcune anche piuttosto critiche.

La questione della coerenza e il programma di Hilbert



David Hilbert
(1862-1943)

Per comprendere come si configura la questione della ricezione dei teoremi di incompletezza di Gödel, è in primo luogo necessario rammentare sommariamente come essi si inseriscono nel contesto di sviluppo del pensiero logico e matematico del primo Novecento.

Come è noto, tale contesto è in primo luogo costituito dalla questione della crisi dei fondamenti, che si apre verso la fine dell'Ottocento soprattutto con l'emergere delle geometrie non euclidee e con la scoperta di vari tipi di antinomie all'interno della moderna teoria degli insiemi.

Una delle tematiche che tende a porsi nel modo più pressante in questo contesto è la questione della coerenza delle teorie matematiche, la questione, cioè, dell'impossibilità di ottenere risultati contraddittori, cioè teoricamente contrastanti, al loro interno. Tale questione risulta in primo luogo relativa alla possibilità di creare un modello di una teoria all'interno di un'altra, in modo di trasferire l'eventuale non contraddittorietà di una teoria al caso dell'altra. Questa possibilità caratterizza inizialmente, in modo specifico, gli studi sulle geometrie non euclidee, con la considerazione durante la seconda metà dell'Ottocento di vari modelli di tali geometrie nell'ambito di quella euclidea, alla cui presunta non contraddittorietà ci si rifaceva in ultima analisi. Col tempo ci si rese però conto che, in questo modo, se si assicura la consistenza 'relativa' di certi ambiti teorici, non si fa che traslare il problema generale della coerenza, problema che tende a investire qualunque ambito teorico, anche quelli classicamente più assodati.

È sulla base di queste considerazioni che, all'inizio del Novecento, tende a emergere la necessità della ricerca di 'prove assolute' di coerenza, cioè di prove che certifichino la non contraddittorietà di una certa teoria matematica facendo ricorso direttamente alla possibilità

di generare in modo sistematico le sue espressioni e alla relativa impossibilità di ottenere, in questo modo, delle espressioni che siano tra loro contraddittorie.

Queste tematiche sono in primo luogo connesse con l'opera del matematico tedesco David Hilbert, una delle principali figure del pensiero matematico a cavallo dei due secoli. Dopo essere stato uno dei principali protagonisti delle ricerche sui fondamenti della matematica - soprattutto per le sue celebri *Grundlagen der Geometrie* (1899) -, egli tornò a occuparsene nel primo dopoguerra, ispirando la nascita della cosiddetta *Beweistheorie*, cioè della moderna teoria della dimostrazione. Uno dei caratteri fondamentali di questa teoria - che iniziò a registrare alcuni primi successi nella seconda parte degli anni Venti - era il suo aspetto «finitista», in relazione al fatto di richiedere solo dimostrazioni finite di non contraddittorietà.

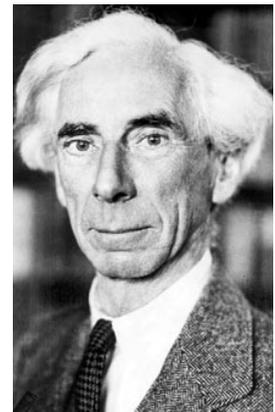
L'ottenimento dei risultati di incompletezza

È questo il contesto essenziale in cui si inseriscono storicamente i risultati iniziali di Gödel, e in particolare i suoi teoremi di incompletezza.

Da un lato, infatti, la sua tesi di laurea, risalente all'autunno del 1929, conteneva la dimostrazione della «completezza semantica» della logica del primo ordine; un risultato che, più di ogni altro, andava a costituire una sorta di consolidamento del programma hilbertiano, risolvendo un problema posto in modo esplicito dallo stesso Hilbert e da Wilhelm Ackermann (1896-1962) in quello che è considerato il primo testo moderno di logica, il *Grundzüge der theoretischen Logik* (1928).

Nello stesso contesto, d'altra parte, si inseriscono anche i risultati di incompletezza a cui il logico austriaco pervenne nei mesi successivi, il primo riguardante la prova dell'esistenza di enunciati indecidibili all'interno di un sistema formale contenente il sistema aritmetico considerato da Bertrand Russell e Alfred N. Whitehead (1861-1947) nei *Principia Mathematica* (1910) e l'altro, il cosiddetto secondo teorema di incompletezza, relativo all'impossibilità di fornire una prova di coerenza di un tale sistema al suo interno. Questo equivaleva a un colpo molto forte al programma hilbertiano.

Da un punto di vista storico, si deve rammentare che Gödel fece per la prima volta riferimento, in modo complessivo, a questi risultati durante un convegno tenutosi a Königsberg nel settembre del 1930 - un incontro sulla 'Epistemologia delle Scienze Esatte' della *Gesellschaft für empirische Philosophie* -, durante il quale egli presentò una comunicazione concernente la completezza della logica del primo ordine e diede un breve annuncio sulla questione dell'e-



Bertrand Russell
(1872-1970)

sistenza di proposizioni indecidibili nel corso di una discussione riguardante i fondamenti della matematica.

La questione della ricezione

Data l'estrema nettezza dei teoremi di incompletezza di Gödel, ci si potrebbe aspettare una sostanziale uniformità di reazioni da parte della comunità scientifica dell'epoca. Invece, le cose andarono solo in parte in questo modo, presentando una vasta gamma di reazioni, con posizioni a volte anche piuttosto divergenti. In effetti, fattori di diversa natura tendono a intervenire, almeno potenzialmente, nella valutazione dei risultati di incompletezza del logico austriaco.

Ciò riguarda, in primo luogo il fatto che tali risultati tendevano a interessare essenzialmente un preciso contesto di pensiero, quello legato al programma di Hilbert, con tutti i presupposti di carattere metodologico che esso comportava.

Non sorprende dunque che in questo contesto di pensiero la ricezione dei teoremi di incompletezza sia stata, in linea di massima, immediata. L'esempio più significativo al riguardo è fornito dall'atteggiamento di John von Neumann che, più di ogni altro, si rese conto immediatamente della portata dei risultati di Gödel, fin dall'incontro di Königsberg. Anzi, sulla base di alcune indicazioni avute in tale occasione, von Neumann stesso giunse nei mesi seguenti praticamente al secondo teorema di incompletezza, comunicandolo poi per lettera a Gödel che, d'altra parte, vi era già pervenuto in modo indipendente, e che fu poi di fatto l'unico a pubblicarlo come proprio risultato. In un certo senso, dunque, von Neumann incarna un tipo di adesione addirittura in fieri ai risultati di incompletezza di Gödel, cioè nel momento stesso del loro emergere.

Tuttavia, già all'interno dell'ambiente di Gödel la questione della valutazione dei suoi risultati tende a presentare contorni meno netti. Indicativa da questo punto di vista appare la posizione assunta inizialmente da Rudolf Carnap, a proposito del quale ci si è spinti anche a supporre, sebbene forse in modo eccessivo, che tutto porta a pensare che egli «semplicemente non avesse capito le idee di Gödel» (in Shanker (ed.) 1991, p. 98). Bisogna ricordare al proposito che Carnap era stato tra i primi, in assoluto, a venire a conoscenza del primo teorema di incompletezza, ancora prima del convegno di Königsberg, per via privata, essendo uno di coloro, insieme ad Hans Hahn (1879-1934), che era più al corrente in questi anni delle ricerche del logico austriaco.

È necessario osservare al riguardo, come altro fattore specifico nella questione della ricezione dei risultati di Gödel, che tali risultati e il modo stesso in cui erano stati ottenuti - con la considerazione di



John von Neumann
(1903-1957)



Rudolf Carnap
(1891-1970)

tematiche fortemente innovative, soprattutto in relazione alla distinzione tra linguaggio e metalinguaggio e all'uso sistematico di un procedimento di aritmetizzazione - tendevano a caratterizzarsi complessivamente per la loro articolatezza e sottigliezza.

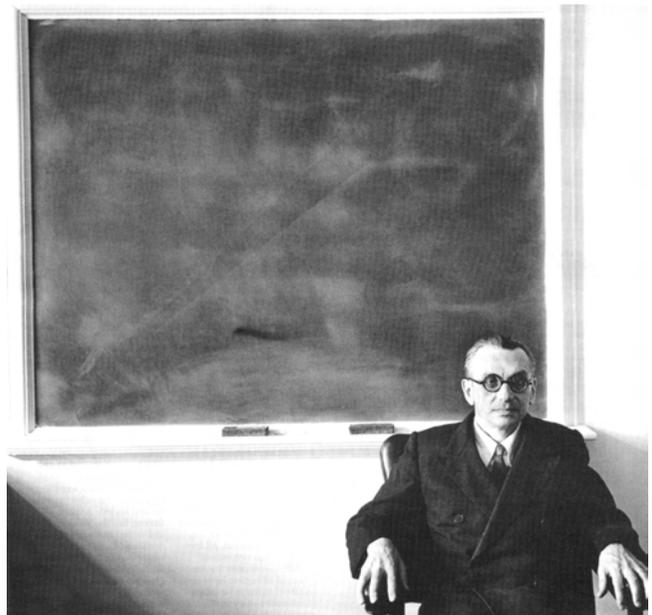
Tuttavia, rischia di essere un po' riduttivo parlare semplicemente della presenza di forme di 'non comprensione' di tali risultati. È preferibile, invece, dire che alcune tematiche non vennero subito del tutto comprese anche perché venivano considerate da angoli di visuale differenti.

L'esempio più evidente di questo tipo di atteggiamento è fornito dal modo in cui reagì ai risultati di incompletezza Ernst Zermelo, uno dei protagonisti dei primi sviluppi della moderna teoria assiomatica degli insiemi. A partire dal congresso della *Deutsche Mathematiker-Vereinigung* svoltosi a Bad Elster nel settembre del 1931, una delle prime occasioni in cui Gödel riferì pubblicamente dei propri risultati di incompletezza, Zermelo sviluppò una serie di considerazioni critiche su tali risultati, sulla base di nette differenze di carattere sia filosofico che metodologico. Su questo soggetto tra i due intercorse anche una corrispondenza, nel corso della quale Zermelo arrivò anche a mettere, in parte, in discussione la validità di alcune argomentazioni di Gödel.

La differenza di visuale dal quale vennero considerati i risultati di incompletezza di Gödel è anche la chiave per comprendere alcune dispute di priorità che si ebbero negli anni immediatamente successivi alla loro comparsa, durante gli anni Trenta. Ciò riguarda in modo particolare alcune ricerche svolte in precedenza da Emil Post (1897-1954) e Paul Finsler (1894-1970) che presentano varie attinenze con le argomentazioni di Gödel, rappresentandone, a tutti gli effetti, delle parziali forme di anticipazione. Tuttavia, malgrado queste attinenze, tra queste ricerche e quelle del logico austriaco esistono delle chiare differenze nella lettura della questione della coerenza e della incompletezza di una teoria matematica; un fattore che, per esempio, fu messo in modo chiaro in evidenza dallo stesso Gödel, all'interno di una corrispondenza avuta con Finsler durante il 1933, notando che nelle ricerche di quest'ultimo si ha una assenza radicale di un'idea autonoma di sistema formale. Tra gli



Ernst Zermelo
(1871-1953)



esempi che testimoniano il carattere a volte problematico della ricezione dei risultati di incompletezza di Gödel va anche ricordato, anche se da un punto di vista indipendente, il modo sostanzialmente critico e dubbioso in cui Ludwig Wittgenstein (1889-1951) parla di tali risultati nella parte finale delle sue *Osservazioni sui fondamenti della matematica*.

Una questione complessa

Quello che, anche da questi brevi cenni, sembra porre in evidenza la vicenda della ricezione dei teoremi di incompletezza di Gödel è che - anche nel caso estremo di un singolo risultato molto netto e ottenuto in modo incontrovertibile - la questione della sua valutazione tende a possedere un carattere plurimo, presentando più facce legate a diversi angoli di visuale della questione.

Si tratta di una caratteristica che è, in un certo senso, inevitabile nel momento in cui si assiste alla comparsa di nuovi concetti o teorie matematiche, come ambiti di pensiero che tendono a risolvere in modo innovativo problemi più o meno 'classici'. Nel momento di proporre la risoluzione di problemi legati a una certa tradizione di pensiero, tali concetti o teorie vanno a svolgere un ruolo multiplo, che si presta di per sé a valutazioni a più facce, in una posizione intermedia tra tradizione e innovazione.

Oltre a evitare, in questo modo, un appiattimento dell'effettivo corso seguito dagli eventi - con letture retrospettive in cui la visione attuale di una teoria o di un risultato tende a essere forzatamente associata all'epoca in cui essi emergono -, la considerazione di tale molteplicità sul piano valutativo ha il vantaggio di mettere in evidenza varie sfaccettature nella visione di una questione; sfaccettature che emergono in modo naturale nel momento di gestazione di certe tematiche e che possono poi, magari, perdersi successivamente, nella fase del loro consolidamento come ramo autonomo del pensiero scientifico. Un fenomeno che, nel caso specifico dei teoremi di incompletezza di Gödel, ha una particolare rilevanza per il fatto di situarsi proprio nel periodo di formazione della moderna logica matematica durante i primi decenni del Novecento. ❖

INDICAZIONI BIBLIOGRAFICHE

Dawson John W. jr., *Dilemmi logici. La vita e le opere di Kurt Gödel*, Bollati Boringhieri, Torino 2001 (ediz. originale, Wellesley (MA), A.K. Peters, 1997).

Grattan-Guinness Ivor, *In memoriam Kurt Gödel: His correspondence with Zermelo on his incompleteness theorem*, in *Historia Mathematica*, 6, 1979, pp. 294-304.

Mancosu Paolo, *Between Vienna and Berlin: The Immediate Reception of Gödel's incompleteness Theorems*, in *History and Philosophy of Logic*, 20, n.1, 1999, pp. 33-45.

Ernest Nagel, James R. Newman, *La prova di Gödel*, Universale scientifica Boringhieri, Torino 1974 (ediz. originale, New York 1958).

Lolli Gabriele, *Incompletezza: saggio su Kurt Gödel*, il Mulino, Bologna 1992.

Mangione Carlo, Bozzi Silvio, *Storia della logica: da Boole ai nostri giorni*, Garzanti, Milano 1993.

Shanker S. G. (ed.), *Il teorema di Gödel. Una messa a fuoco*, Muzzio, Padova 1991 (ediz. originale, Croom Helm, London 1988).