

EDUCAZIONE LINGUISTICA IN MATEMATICA (2)

PROBLEMI DI DIFFERENZA NELLA SCUOLA PRIMARIA

di Anna Paola Longo

L'autore riprende le considerazioni sull'educazione linguistica nell'insegnamento della matematica, già iniziate nel numero precedente della rivista. In questo articolo mostra come l'approfondimento del significato lessicale sia uno strumento significativo per facilitare la comprensione delle situazioni di differenza, in modo da affrontare o, ancor meglio, prevenire una difficoltà tipica nell'apprendimento dell'aritmetica nella scuola primaria.

La somma e la sottrazione tra numeri naturali, affrontate all'inizio della scuola primaria, non sono operazioni banali, contrariamente a quanto può apparire a un adulto non implicato nelle questioni dell'apprendimento. I bambini non possono imparare algoritmi numerici senza partire da situazioni e significati. Sappiamo che la questione più rilevante nella prima formazione matematica è fondare la relazione tra le espressioni formali e l'osservazione della realtà, o meglio l'esperienza [Longo, 2005]. Perciò, se l'insegnamento rispetta la natura del pensiero, la prima preoccupazione è assicurarsi che i bambini comprendano somma e sottrazione come rappresentazione codificata di situazioni, e solo successivamente è opportuno preoccuparsi di insegnare gli algoritmi.

La questione

In questa modalità, le due operazioni si affrontano dentro uno stesso «campo concettuale» inteso come un insieme di situazioni che danno senso alle operazioni. Un problema è sostanzialmente la descrizione di una situazione, in cui un dato può essere momentaneamente incognito: è il dato su cui viene posta la domanda. Per esempio, nella situazione seguente abbiamo la partizione di un insieme.

Paolo ha 3 caramelle e 4 cioccolatini, egli ha in tutto 7 dolcetti.

Ciascuno dei dati può essere considerato incognito, nel senso che è perfettamente individuato dalla sua relazione con gli altri due; nascono così tre possibili domande, e cioè tre possibili problemi in senso ordinario.

L'attività didattica cui si fa riferimento in questo articolo è stata realizzata in una classe seconda della Scuola primaria "Il seme" di Fidenza.

operazione $3 + 4 = 7$

Paolo ha 3 caramelle e 4 cioccolatini.

Quanti dolcetti ha in tutto?

operazione $7 - 3 = 4$

Paolo ha in tutto 7 dolcetti, 3 sono caramelle e gli altri sono cioccolatini.

Quanti sono i cioccolatini?

operazione $7 - 4 = 3$

Paolo ha in tutto 7 dolcetti, 4 sono cioccolatini e gli altri sono caramelle.

Quante sono le caramelle?

Questo semplice esempio mostra che non esiste una rigida separazione tra somma e sottrazione, né in matematica, né nell'apprendimento, e dunque non deve esistere neanche nell'insegnamento.

In questo senso Gerard Vergnaud parla di «struttura additiva» nella quale somma e sottrazione sono considerate insieme, intendendole da subito come operazioni una inversa dell'altra. Egli classifica le situazioni additive in base alle diverse rappresentazioni mentali legate a ciascuna di esse e mostra in questo modo come la difficoltà di un problema non consista nell'operazione matematica, ma nei fattori che concorrono alla sua rappresentazione mentale [Vergnaud, 1994].

Nella sua classificazione, dopo le situazioni di partizione, sono considerate le situazioni di «differenza», oggettivamente difficili per i bambini. Riprendendo la riflessione sull'importanza del linguaggio nella formazione matematica, vogliamo esaminare l'importante contributo che l'analisi lessicale può fornire alla comprensione di questa classe di problemi.

La differenza e le differenze

Su questo tema, è illuminante un'esperienza didattica svolta nel 2001 in una classe seconda della scuola paritaria "Il seme" di Fidenza. Erano presenti Federica Rabaglia (in seguito Federica), che svolgeva un'attività di supervisione per la matematica nelle classi elementari, e l'autore (in seguito Paola) in qualità di esperta [Longo, Rabaglia, 2001].

Lo scopo era introdurre l'uso del termine «differenza» in matematica e collegarlo successivamente con la sottrazione. I problemi sulla differenza costituiscono una reale difficoltà per i bambini perchè sono di natura diversa dai primi problemi in cui la sottrazione rappresenta la diminuzione di un'unica quantità. Contengono anche espressioni linguistiche non banali come «quanti in più», «quanti in meno», «qual è la differenza», la cui comprensione non è scontata.

Consideriamo come esempio un'altra situazione.

Il palazzo in cui abita Maria ha 12 piani, quello in cui abita Pietro ha 7 piani. Il primo palazzo ha 5 piani più del secondo, ovvero il secondo ha 5 piani in meno del primo.



○ Piani del palazzo di Maria
□ Piani del palazzo di Pietro

○ Piani del palazzo di Maria
△ Differenza indicata

Come per la prima situazione, si possono porre parecchie domande e alcuni problemi.

Il palazzo in cui abita Maria ha 12 piani, quello in cui abita Pietro ha 7 piani.

Quanti piani in più ha il palazzo di Maria rispetto a quello di Pietro?

operazione $12 - 7 = 5$

Il palazzo in cui abita Maria ha 12 piani, quello in cui abita Pietro ha 7 piani.

Quanti piani in meno ha il palazzo di Pietro rispetto a quello di Maria?

stessa operazione $12 - 7 = 5$

Il palazzo in cui abita Maria ha 12 piani, quello in cui abita Pietro ha 7 piani. Qual è la differenza?

stessa operazione $12 - 7 = 5$

Se il palazzo di Maria ha 12 piani e quello di Pietro ne ha 5 in meno.

Quanti piani ha il palazzo di Pietro?

operazione $12 - 5 = 7$

Mentre la prima situazione e i tre problemi derivati si riferiscono a un solo insieme (i dolcetti) suddiviso in due sottoinsiemi disgiunti (le caramelle, i cioccolatini), nella seconda situazione intervengono due insiemi distinti che occorre confrontare solo rispetto alla quantità; non ci interessa che un palazzo sia nuovo e l'altro vecchio, che uno sia di lusso e l'altro popolare e così via.

In questo caso, prima di eseguire la sottrazione, ci si riporta a una partizione suddividendo mentalmente l'insieme che contiene il numero maggiore di oggetti (i piani del primo palazzo) in due sottoinsiemi, mediante una corrispondenza biunivoca di una parte dei suoi elementi con tutti gli elementi di un altro insieme.

Le domande che si possono porre non sono del tutto simmetriche: la prima, *quanti piani in più ha il palazzo di Maria?*, chiede di porre una corrispondenza tra i 7 piani effettivi del secondo palazzo e 7 piani del primo palazzo; analogamente la seconda, come si vede nell'immagine. La terza domanda presenta solo una diversità di espressione; la quarta invece chiede di porre una corrispondenza tra 5 piani (che sono quelli, in più, che esprimono la differenza) e un sottoinsieme di 5 piani del palazzo di Maria, come si vede nell'immagine. Richiede dunque una componente immaginativa di qualità diversa.

Descriviamo ora le quattro fasi dell'esperienza didattica, sottolineando in essa il ruolo della lingua.

L'esperienza diretta di ciascun bambino

È stato consegnato a ciascun bambino un foglio con due vignette simili (riportate alla pagina successiva), fotocopiate da un giornalino, e si è chiesto di ricercare le sette differenze esistenti.

Federica si è soffermata brevemente sul significato comune della parola «differenza» ricordando ai bambini esperienze già incontrate. Poi i bambini hanno confrontato le due vignette, osservando prima quella in alto poi quella in basso, e hanno segnato sui fogli, entro un tempo stabilito, tutte le differenze che erano in grado di rilevare.

In questa fase non si fa ancora riferimento al significato matematico del termine.

Racconto e discussione

Concluso il lavoro personale di osservazione, ciascun bambino ha comunicato a tutti le «differenze» individuate. Per approfondire l'idea di «differenza» si è discusso come suddividerle in gruppi, concludendo nel modo riportato in tabella.

<i>prima non c'era poi c'è</i>	orecchio di Pluto, disegno ai piedi del letto
<i>cambia posizione</i>	maniglia del cassetto, coperta di Topolino
<i>cambia forma</i>	angolo del cuscino, coperta di Topolino, quadrante dell'orologio, zampa del letto



A proposito della coperta c'erano idee diverse tra i bambini su come classificarla; per permettere loro di valutare meglio se il cambiamento dipendesse da un cambio di posizione oppure da un effettivo cambio di forma della coperta stessa, come per la zampa del letto, sono state osservate in varie posizioni due coperte disponibili in classe, in modo da considerare dal vero queste due possibilità. I bambini hanno allora concluso che ritenevano più opportuno classificare questa differenza come un cambio di posizione.

La conversazione ha poi condotto liberamente i bambini a considerare come potessero essere state prodotte le due immagini che avevano considerato. Poteva trattarsi di due foto scattate nello stesso momento (ma si è concluso che questo non poteva essere, perché la macchina fotografica non è in grado di cambiare arbitrariamente i particolari); di due foto scattate in momenti diversi (improbabile, ma possibile); di due disegni fatti nello stesso momento da due autori diversi, i quali avevano espresso graficamente la realtà interpretandola (anche questo era possibile).

A proposito dell'ultima ipotesi, qualcuno ha affermato che poteva trattarsi dell'osservazione della medesima realtà da due punti di vista differenti, come era già capitato di considerare in altre esperienze fatte in classe.

Per valutare la verosimiglianza di questo suggerimento, occorreva precisare la questione a cui si erano riferiti quando avevano parlato di differenza dei punti di vista. A questo scopo è stato chiesto a due bambini di osservare un'insegnante ponendosi uno frontalmente e l'altro lateralmente e di raccontare, confrontandosi, come vedevano i suoi tratti somatici (i capelli, gli occhi, il naso, la bocca).

Quest'ultima esperienza ha posto in evidenza che le due vignette osservate denotavano uno stesso punto di vista fisico dei due «autori», ma un diverso modo di osservare, con la scelta personale di modificare alcuni particolari.



Riflessione sul linguaggio comune

È stato chiesto ai bambini se avessero mai utilizzato, nel linguaggio corrente, la parola differenza. A una loro immediata risposta negativa, è stato suggerito un mezzo per verificare se ciò fosse proprio vero: provare a scrivere ciascuno una frase che contenesse questa parola. Ecco le frasi scritte dai bambini con notevole facilità.

Io sono diversa da mia sorella.

Guarda, questi quadri sono diversi.

Io ho 4 anni, invece mia sorella ne ha 16.

Ci sono due classi seconde, ma sono differenti: in una ci sono 16 bambini e nell'altra ce ne sono 20.

Un fiore è differente da un albero perché il fiore è più piccolo.

Sono andato al museo e ho visto due quadri: sembravano uguali, invece erano differenti.

Queste due macchine sono diverse.

Il suono delle maracas è diverso da quello del tamburo.

Cristina è differente da me perché è più alta di me.

Nelle due rignette, le due sveglie sono diverse perché una è rotonda e l'altra è quadrata.

Io sono diversa da mia mamma.

L'abete è diverso dal ciliegio.

La balena è diversa dallo squalo.

Una quaderno è a righe, l'altro è a quadretti, cioè sono differenti.

Io ho una bicicletta diversa dalla tua.

Dopo aver scritto alla lavagna e riletto a voce alta tutte le frasi scritte dai bambini, le insegnanti hanno osservato con loro che non era vero che non avessero mai utilizzato nella vita quotidiana la parola differenza, piuttosto non si erano mai accorti di utilizzarla. Essa infatti viene usata quando si confrontano due persone o due oggetti o due situazioni avendo in mente un ben preciso punto di vista, o meglio una ben precisa qualità.

La matematica

I bambini, sapendo che Paola, l'esperta presente in classe, insegna matematica a ragazzi molto più grandi di loro, al Politecnico di Torino, le hanno chiesto se il lavoro appena fatto riguardasse anche la matematica. Si sono stupiti della risposta affermativa, dal momento che non erano stati usati quasi mai i numeri.

Paola, allora, ha precisato che il termine differenza si usa in matematica secondo lo stesso significato generale (operare un confronto), ma quando la caratteristica in questione può essere valutata attraverso l'uso dei numeri. Ha portato come esempio il diverso numero di pesci in due acquari, il primo con 10 pesci, il secondo con 20 pesci, appoggiandosi a un disegno fatto alla lavagna. Ha precisato che non

solo possiamo dire che è diverso il numero dei pesci nei due acquari, ma possiamo anche specificare meglio la differenza: *il primo acquario contiene 10 pesci «meno» del secondo; il secondo acquario contiene 10 pesci «più» del primo.*

Prendendo in considerazione un terzo acquario contenente 30 pesci si può specificare: *il primo acquario contiene 20 pesci «meno» del terzo; il secondo acquario contiene 10 pesci «meno» del terzo; il terzo acquario contiene 10 pesci «più» del secondo; il terzo acquario contiene 20 pesci «più» del primo.*

Alla fine Paola ha sintetizzato così: quando esaminiamo la differenza tra situazioni che contengono numeri, possiamo specificare attraverso un numero, in modo preciso, la differenza delle quantità.

Gli insegnanti hanno poi proseguito nei giorni successivi il lavoro su questa classe di problemi arrivando a scrivere le operazioni adeguate. Tra questi problemi rientrano tutti i confronti di misure, quindi anche moltissimi problemi di geometria.

Una possibile obiezione

In questa esperienza ogni ipotesi dei bambini è stata accolta e verificata concretamente. Per esempio nel caso della coperta, si potrebbe obiettare che si sarebbe risparmiato tempo sorvolando sul confronto diretto, sostituendolo con alcune brevi considerazioni fatte dall'insegnante. Penso però che non si deve ritenere superfluo il passaggio all'osservazione diretta, tenendo conto che si tratta di bambini molto piccoli. L'obiettivo di un'azione didattica non è solo quello di fare un passo in matematica, ma anche di aiutare i bambini ad aprire lo sguardo sulla realtà. Non sarebbe quindi stato opportuno sorvolare su una questione collegata alla forma di un oggetto reale non deformabile come la coperta. C'è di mezzo una forte questione di invarianza.

Analogamente sarebbe stato possibile accontentarsi di un paio di frasi sulla differenza dette dai bambini più svelti. In questo modo però proprio i bambini più lenti sarebbero stati privati della riflessione personale sulla propria esperienza, collegata al fatto che per produrre un esempio erano obbligati a ripescare nella propria memoria una situazione di confronto. ❖

INDICAZIONI BIBLIOGRAFICHE

Anna Paola Longo, Federica Rabaglia, *Differenza e somma nella scuola elementare*, in: *Il Quadrangolo*, anno III, n. 1-2, giugno 2001, pp.82-85.

Anna Paola Longo, *Esperienza e apprendimento*, in: *Emmeciquadro* n. 24, agosto 2005, pp. 39-51.

Gerard Vergnaud, *Il bambino, la matematica, la realtà*, Armando, Roma 1994.