EMMECI quadro
Scienza Educazione E Didattica

n. 45
giugno 2012

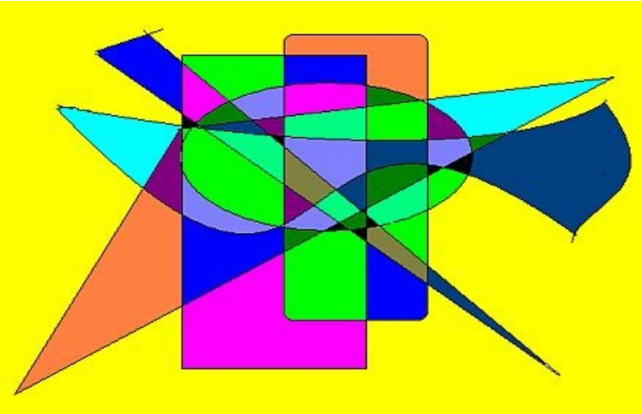
LA DINAMICA CONCRETO/ASTRATTO ALLA SCUOLA PRIMARIA

L'esperienza nella formazione del pensiero matematico

*di Anna Paola Longo **

* *Associazione Ma.P.Es. - Matematica Pensiero Esperienza*

L'autore mette a fuoco alcune problematiche generali della formazione nei bambini del pensiero matematico (astratto) a partire da esperienze (concrete), costruendo un quadro teorico sintetico di riferimento ed evidenziando in modo particolare le questioni di metodo. Si sofferma poi a riflettere sull'importanza della capacità professionale degli insegnanti e perciò della loro formazione. Lo sfondo educativo è la concezione di insegnamento/apprendimento come «reinvenzione guidata». A questo contributo ne potranno seguire altri di esemplificazione didattica, con valore paradigmatico per i docenti che volessero seguire questa impostazione.



Una questione di grande importanza nella formazione di base in matematica è la relazione esistente tra pensiero ed esperienza e quindi la domanda su come avvenga l'elaborazione di idee astratte a partire dall'esperienza svolta sul piano concreto. Non è semplice né scontato coniugare questo legame per la matematica, soprattutto se non si vuole eccessivamente banalizzarne l'insegnamento. Ma è un punto fondamentale se si vuole evitare l'«ammaestramento» del bambino da parte dell'adulto e l'apprendimento meccanico che non conduce a competenze personali. Il risultato di molte esperienze didattiche che fanno ampio uso di materiali concreti non sembra sempre adeguato alle attese. I bambini si divertono a disegnare, a manipolare oggetti e a giocare ma, per usare i termini di Lucio Russo, «i bastoncini restano bastoncini e non diventano segmenti», cioè non si riscontra il passaggio alla conoscenza del pensiero matematico [L. Russo, 1998].

Analogamente, si riscontra spesso che le operazioni restano procedimenti meccanici di cui i bambini non comprendono né il significato nei contesti (e perciò falliscono nei problemi) né i reciproci legami dentro un'unica struttura matematica. Quindi operano, imparano a eseguire i calcoli, ma non acquisiscono idee sulla struttura dei numeri, oppure la geometria si riduce al calcolo di area e perimetro di figure elementari diventando un'appendice dell'aritmetica .

Emerge una domanda fondamentale: il passaggio all'astrazione è un processo autonomo del bambino oppure (anche se personale) riguarda strettamente anche l'istituzione scuola e in particolare l'insegnante e la sua competenza professionale?

Le situazioni didattiche della scuola primaria e secondaria di primo grado permettono di osservare che la dinamica concreto/astratto è sottile, e non a senso unico, e che non si può porre un taglio netto tra questi due livelli. L'osservazione didattica nega che l'accesso all'astrazione sia un processo autonomo legato soprattutto alla crescita e al naturale sviluppo del pensiero. Alcune osservazioni, compiute nella scuola negli ultimi anni, mi conducono ad affermare l'utilità di un continuo scambio tra i due livelli e

l'opportunità, per costruire il pensiero matematico, di abbandonare talvolta il ricorso a esperienze e modelli concreti sostituendoli con considerazioni sul linguaggio e sul significato, pur di fornire ai bambini «ragioni effettive e credibili» per gli oggetti matematici che stanno elaborando. Un esempio sono tutte le delicate questioni riguardanti lo zero: la sua introduzione come numero naturale, il fatto che si possa dare significato alla moltiplicazione per zero, ma non alla divisione, e quindi al fatto che non abbia significato una frazione con denominatore nullo [P. Longo, 2002a].
É certo comunque che la continuità tra scuola primaria e secondaria di primo grado può essere impostata in modo conveniente riferendosi a tale dinamica piuttosto che legandola a una successione lineare di contenuti. Occorre infatti riprendere gli argomenti già introdotti nella scuola primaria non come un ripasso, ma trattandoli da un punto di vista più astratto, sia precisando la loro natura che passando consapevolmente a un linguaggio più formalizzato.

Modelli generativi

Sono significative e chiarificatrici alcune osservazioni di Efraim Fischbein sulla dinamica concreto/astratto [E. Fischbein,1981].
Egli specifica chiaramente che quando Piaget parla di «periodo delle operazioni concrete» non intende che il bambino non possa distaccarsi dalla realtà oggettuale, ma solo che i concetti e le operazioni devono mantenere per lui una corrispondenza diretta con la realtà concreta [*idem*, p. 22]. Osserva poi che «l'insegnamento della struttura per mezzo di modelli intuitivi è ancora lontano dall'essere riuscito a costruire una base matematica solida per gli scolari delle classi elementari» [*idem*, p.21] e ne indica anche una ragione interessante: «I modelli concreti devono essere concepiti di modo tale che, pur fornendo al bambino il sostegno intuitivo di cui egli ha bisogno, gli offrano anche la possibilità di liberarsi da questo appoggio stesso».
Ecco già delinearsi una via per l'insegnante: una volta introdotta una conoscenza attraverso una domanda e il conseguente lavoro diretto in una situazione, non si può abbandonare immediatamente il ricorso ai materiali e alle situazioni «trascinando» precocemente il bambino a lavorare su un piano formale. Bisogna rispettare la sua necessità di staccarsi gradualmente dai modelli concreti, man mano che egli elabora immagini mentali significative. L'insegnante permette il ricorso libero a materiali e situazioni, ma gradualmente provoca il distacco. Fondamentale per lui è il giudizio che nasce dall'osservazione di ciascun bambino mentre esegue il suo compito.


Efraim Fischbein (1920-1998)

Prosegue Fischbein: «Il materiale concreto utilizzato deve essere tale da suscitare domande alle quali il bambino possa rispondere ricorrendo al suo pensiero, ai suoi schemi logici, alla sua fantasia. Un materiale didattico che non suscita delle domande o che risponde da sé a quelle che il bambino si può porre per conto suo, non è di nessuna utilità. Peggio ancora, rischia di bloccare e di soffocare il pensiero matematico del bambino» [*idem*, p.23].
Ecco il rischio che l'insegnante deve valutare ed evitare. Un esempio molto semplice ci permette di comprendere questa affermazione: un abaco realizzato con materiale povero può essere molto più efficace di un abaco di produzione industriale che viene fornito con le aste colorate e così anche i dischetti da infilare.
Qui tutto è fissato, il bambino che sta imparando a raggruppare non può ricorrere alla sua fantasia, ma è costretto a interpretare la rappresentazione prefabbricata dello strumento, in cui l'attribuzione del valore non è necessariamente legata alla posizione, visto che il colore basta a decidere. Se invece l'abaco è costituito da una base di «pongo», da alcuni bastoncini da infilare nella base e da cilindretti di pasta da infilare nei bastoncini, il bambino rafforza la sua conoscenza della rappresentazione decimale posizionale creando un ordine e fissando il valore per ciascun bastoncino.
Fischbein insiste sull'importanza della *domanda*, sulla necessità di sollecitare il bambino a *immaginare,* e a imparare a *giustificare* logicamente le sue risposte. Egli infine suggerisce di non usare oggetti sensibili qualsiasi, ma «modelli generativi», quelli cioè capaci di agevolare il pensiero produttivo.

L'attività degli allievi

Se pensiamo ora alla pratica scolastica quotidiana, la possibilità per i bambini di staccarsi dal modello concreto per elaborare un concetto matematico (per sua natura astratto) è legata in primo luogo al modo con cui l'insegnante provoca e

sostiene l'attività degli allievi, alle esperienze che egli propone e alla capacità di porre in atto nella classe un uso flessibile del linguaggio (sia verbale che non verbale) e, in secondo luogo, al modo con cui l'insegnante sollecita negli allievi la consapevolezza degli schemi (mentali) che hanno posto in atto nell'azione.
Le costruzioni che ci attendiamo che il bambino compia attraverso attività e compiti scolastici possono avvenire solo se la guida dell'insegnante è presente, ma non pressante, in modo che l'allievo conservi un suo spazio per lavorare per tentativi e per mettere in opera processi creativi, quelli cioè che generano dall'interno il pensiero, senza però che la figura dell'insegnante diventi opaca.
È l'eredità attualissima di Maria Montessori, così descritta in un'opera recente, a commento di una foto della dottoressa insieme a una bambina intenta al suo lavoro: «Le due (Maria e la sua allieva) sono indipendenti l'una dall'altra, ma formano nello stesso tempo un'unità. La posa di Maria tradisce un intenso coinvolgimento che però non si esprime in un'azione. Rimanendo immobile, assente, lei è molto presente» [M. Schwegmann, 1999, p. 80].
In questa direzione è importante che l'insegnante faccia leva sull'interesse e quindi valorizzi le *occasioni* che si presentano nella vita della classe trasformandole in strumenti didattici, e che nei momenti dedicati alla matematica si faccia esperienza di agio e di bellezza. E la programmazione? Mi limito a considerare che per la matematica è un errore frammentarla eccessivamente. Su una esperienza ricca, nata da un interesse reale, si può lavorare a lungo, riprendendola varie volte come un paradigma significativo.
Affinché le costruzioni concettuali siano conformi alle attese dell'insegnante occorre però che egli proponga anche esperienze strettamente legate al concetto a cui sta mirando. Ma qualsiasi esperienza può rimanere improduttiva se i bambini non compiono un processo interno che sfocia nella produzione di un «pensiero personale».
Molti autori, a partire da Lev S. Vygotskij, hanno evidenziato come questo processo, pur elaborando in ciascun allievo una conoscenza personale, sia però anche un «processo sociale».

Maria Montessori (1870-1952)

Lev S. Vygotskij (1896-1934)
con la figlia Gita

Esperienza di azioni
Prima di fare un ulteriore passo nella descrizione del processo didattico, mi soffermo su una precisazione importante.
Quando si parla della prima formazione del pensiero matematico, ciò che produce la crescita culturale non è il contatto puro e semplice con oggetti concreti, ma è l'esperienza di azioni reali che successivamente vengono immaginate, rappresentate, descritte con il linguaggio comune, tradotte in linguaggio simbolico. Il contenuto della matematica è fatto di strutture del pensiero a cui si dà lo statuto di nuovi oggetti reali, ma che non esisterebbero senza l'azione del soggetto nella realtà: «La conoscenza consiste contemporaneamente in significati e significanti: essa non è costituita solamente di simboli ma anche di concetti e di nozioni che riflettono sia il mondo materiale che l'attività del soggetto nel mondo materiale.
Se la conoscenza si elabora lentamente, con leggi di sviluppo che psicologi e pedagogisti devono studiare, è proprio perché essa riflette l'attività del soggetto nel mondo materiale e non soltanto il mondo materiale di per se stesso. Il simbolo non è che la parte direttamente visibile dell'iceberg concettuale; la sintassi di un sistema simbolico non è che la parte direttamente comunicabile del campo di conoscenza che esso rappresenta. Questa sintassi non avrebbe alcun valore senza la semantica che l'ha prodotta, cioè senza l'attività pratica e concettuale del soggetto nel mondo reale» [G. Vergnaud, 1994].

La discussione

Clotilde Pontecorvo indagando sulla funzione della discussione e dei processi linguistici e socio/cognitivi che essa favorisce, evidenzia che essa non si realizza «naturalmente» a scuola, ma è il risultato di alcune condizioni che l'insegnante deve introdurre: un'esperienza comune che non comporti un'unica lettura o soluzione (per esempio, in matematica, una situazione problematica dentro un contesto ricco); un discorso che rielabora l'esperienza compiuta e che si struttura come situazione di *problem solving* collettivo; alcune regole di intervento sia per gli allievi che per l'insegnante, atte a garantire che si tratti di una vera discussione e non di una forma di valutazione mascherata [C. Pontecorvo, 1999, p. 76].

Gerard Vergnaud (1933—)

La Pontecorvo considera la discussione tra gli allievi in classe come un ragionamento esteriorizzato di tipo collettivo, nel quale la conoscenza si costruisce non solo attraverso la concatenazione degli argomenti, ma anche attraverso un pensiero collettivo che passa dall'uno all'altro, come se non si trattasse più di individui diversi, ma di un unico soggetto che parla con più «voci» [*idem*, p. 77].
Indica due diverse dimensioni di cui bisogna valutare la presenza affinché la discussione sia produttiva: lo *sviluppo* e la *pertinenza*. C'è sviluppo se gli interventi fanno avanzare l'analisi, l'interpretazione, la chiarificazione dell'oggetto del discorso: per noi quello matematico, con l'esigenza mai dimenticata di passare dal concreto all'astratto. C'è pertinenza se il progredire del discorso si colloca all'interno del tema proposto dall'insegnante e condiviso dagli interlocutori.
L'interazione che avviene nella discussione in classe ci si presenta dunque come uno strumento assai efficace per produrre un pensiero astratto, purché l'insegnante sia capace di utilizzarlo con correttezza metodologica anche per la matematica. Questo comporta saper immaginare e mettere in atto anche per la matematica *esperienze ricche* in cui i bambini siano coinvolti in prima persona, mettendo veramente in attività il proprio io e saper poi guidare la rielaborazione sia singola che collettiva, passando dalla *narrazione* alla *discussione*, fino a una forma che possa davvero chiamarsi matematica, nonostante il fatto che essa inizialmente non sia espressa con il linguaggio formale, tipico di questa disciplina. Tutto ciò richiede che l'insegnante sappia prevedere e accettare che ci siano procedimenti diversi per uno stesso problema o esercizio, altrimenti la discussione sarebbe negata in anticipo. Inoltre è necessario che ai bambini venga chiesto di esprimersi non solo per poter valutare le loro conoscenze pregresse e la loro intuizione, ma anche per sollecitare la loro riflessione sul processo progettato e realizzato, sia in gruppo che singolarmente, e questo pone la delicatissima questione di un intervento minimo e mirato dell'insegnante nella discussione.
Per realizzare tutto questo occorre all'insegnante l'integrazione di competenze multidisciplinari, capacità di giudizio, di scelta, di elaborazione e di osservazione, capacità di entrare in rapporto con ciascuno degli allievi, e queste sono in gran parte capacità da acquisire nella formazione professionale. Anche per l'insegnante è fondamentale prendere coscienza delle proprie ipotesi implicite, delle ragioni dei successi e dei fallimenti sia degli allievi che personali. Dopo cinque anni di lavoro con insegnanti di scuola primaria, noi ricercatrici dell'*Associazione Ma. P. Es.* abbiamo verificato l'importanza per ciascuna insegnante della stesura intelligente del *diario di bordo*. Nel momento della compilazione il diario favorisce nel docente il ripensamento su ciò che è avvenuto in classe: la proposta, il lavoro dei bambini, le loro osservazioni, i successi e gli errori; successivamente la lettura e il commento del ricercatore favoriscono la ripresa degli obiettivi e il giudizio sulla didattica.
Vorrei osservare, a conclusione di questo argomento, che la discussione non può avere il suo giusto spazio se non è preceduta o accompagnata dal riordino personale delle idee sulla successione e concatenazione dei fatti e sulla ricerca di giustificazioni e verifiche. Occorre cioè un primo passaggio personale di oggettivazione, favorito dalla narrazione, sia verbale che grafica [P.Longo, 2002b].

Teorema in atto

Per progettare la didattica, secondo l'orientamento educativo a cui mi sono riferita, il primo passo è scegliere le esperienze da proporre alla classe, valutando la conoscenza implicita che esse sono capaci di generare. Per la matematica, si tratta dunque di identificare situazioni e problemi che consentano la messa in opera di «teoremi in atto» [G. Vergnaud, 1995]. Il secondo passo è l'esplicitazione mediante rappresentazione, narrazione, discussione.
Di conseguenza, concreto/astratto ci appare come un gioco di contestualizzazione e decontestualizzazione, in cui si passa «dai concetti non coscienti ai concetti coscienti» [L.S. Vigotskij, 1990, p. 231]. Questo primo passo può essere seguito da una fase più complessa: una volta evidenziato uno schema concettuale, questo può servire come strumento guida per risolvere nuovi problemi e per porsi di fronte a situazioni più complesse (come per esempio quando si costruisce la moltiplicazione a partire da somme ripetute o la potenza a partire da prodotti con fattori uguali). È dunque realistico parlare, per la matematica, di vari livelli successivi di astrazione: rispetto a uno di tali livelli la funzione iniziale del concreto può essere sostituita dalla manipolazione concettuale di oggetti astratti del livello inferiore. Anche questa è una componente importante


Hans Freudenthal (1905-1990)

del pensiero di Hans Freudenthal (1905-1990), che riporto con le parole di Carlo Felice Manara (1916-2011): «Strettamente collegata con l'osservazione dei salti nel processo di apprendimento è la teoria dei livelli mentali. Infatti Freudenthal osserva che, attraverso i salti dell'apprendimento, il discente raggiunge vari livelli di conoscenza matematica. Quegli strumenti concettuali e algoritmici che a un determinato livello sono utilizzati in pratica, e, per così dire, in modo puramente fattuale, diventano oggetto di riflessione metodica a un livello superiore. In altre parole si potrebbe dire che ciò che a un determinato livello di apprendimento è pratica, diventa oggetto di studio a un livello superiore, che risulta essere metateorico rispetto al precedente» [C.F. Manara,1994].
È questo susseguirsi di livelli successivi di astrazione l'unico piano su cui, a mio avviso, può porsi ragionevolmente il lavoro per la continuità all'interno della scuola, tra una classe e l'altra, oppure tra un livello scolastico e il successivo.

Pensiero e linguaggio

Nell'esplicitazione della conoscenza ha una funzione particolare il linguaggio.
Vygotskij riprende quest'affermazione di Jean Piaget (1896-1980): «Prendere coscienza di un'operazione vuol dire, infatti, farla passare dal piano dell'azione a quello del linguaggio; vuol dire dunque inventarla in immaginazione, per poterla esprimere in parole» [L.S. Vygotskij,1990, p. 227]. È dunque un processo che, per essere compreso e favorito nell'insegnamento, richiede di prendere in considerazione il legame tra la parola e il suo significato, che non è stabile, ma soggetto a un processo di evoluzione [*idem*, cap.VII].
Come si può conciliare allora la rigidità del linguaggio matematico con l'ottica di sviluppo di livelli espressa da Freudenthal e con la natura evolutiva del significato dei termini espressa da Vygotskij? Egli stesso afferma: «Una completa eliminazione delle discordanze, a favore dell'espressione generale e incondizionatamente giusta, è raggiunta al di la della lingua e delle sue abilità: nella matematica. Il primo che ha visto nella matematica un pensiero che deriva dalla lingua, ma che lo supera, a quanto pare è stato Descartes. Si può dire soltanto una cosa: la nostra lingua parlata in virtù delle sue proprie fluttuazioni e delle sue discordanze tra il carattere grammaticale e quello psicologico si trova abitualmente in uno stato di equilibrio instabile tra l'ideale dell'armonia matematica e l'ideale della fantasia in un movimento incessante, che chiamiamo evoluzione» [*idem*, p. 339].
In questa direzione si apre una prospettiva significativa per la didattica della matematica: la ricerca teorica e l'analisi sperimentale delle interferenze che si formano nel bambino tra il significato che un termine ha nel linguaggio comune (cioè nell'esperienza quotidiana extrascolastica) e il significato specifico del termine in matematica (l'espressione incondizionatamente giusta a cui si riferisce Vygotskij). Come per ogni disciplina, anche all'inizio della formazione matematica i bambini si esprimono mediante il linguaggio comune. Poi, man mano che un'idea matematica prende corpo, anche il lessico viene ad assumere connotazioni specifiche: è il momento in cui si differenziano i vari significati di uno stesso termine [L. Fontanella, 1996] e si introducono usi linguistici particolari. Di questa specificazione del significato del lessico i bambini non sono inizialmente consapevoli e perciò, mentre lavorano in matematica, si lasciano facilmente influenzare dal significato prevalente (quello del senso comune). L'approfondimento lessicale è dunque un altro strumento privilegiato per il passaggio all'astrazione. Alcuni esempi interessanti (solido, misura, ordine) sono contenuti in una tesi sul linguaggio matematico [V. Demichelis, 2001]

Strumenti

Per identificare i punti cruciali del passaggio dal concreto all'astratto e insieme individuare elementi per un modello di formazione degli insegnanti, occorre evidenziare attraverso esempi quanto segue: il ruolo di alcuni strumenti che agevolano il passaggio dall'esperienza al concetto (il movimento realizzato attraverso il corpo, il gioco, il racconto, l'immaginazione, la rappresentazione, la discussione, la simbolizzazione, la presa di coscienza attraverso il linguaggio); l'importanza per la concettualizzazione del fatto che l'insegnante identifichi in modo corretto alcuni aspetti epistemologici del pensiero matematico per farli diventare oggetto di esperienza, discussione, esplicitazione e cioè di formazione .
Entrambi questi fattori hanno un ruolo fondamentale nell'azione didattica. Rimando gli esempi a un prossimo articolo.

La figura professionale dell'insegnante

L'insegnante deve convogliare l'attenzione degli allievi sui fatti e sulle proprietà importanti della matematica. Deve fare in modo che si crei un clima di curiosità e di attesa e che le domande emergano dai bambini quanto più possibile in modo spontaneo. Deve lasciare il tempo ai bambini per tentare di dare *risposte personali* ai problemi attraverso congetture e procedimenti per tentativi, e insegnare loro la necessità di *sottoporre a verifica* tali risposte. Non deve illudersi che i bambini siano sempre tutti capaci di trovare personalmente le risposte, soprattutto quelle legate agli aspetti più formali del linguaggio matematico, ma deve fare in modo che tutti accolgano la risposta, quando alla fine emergerà dal lavoro comune o verrà fornita dall'insegnante, come effettiva risposta a un'esigenza che è stata condivisa. L'insegnante deve tenere presente che le convenzioni non possono essere oggetto di scoperta, ma che devono essere enunciate al momento giusto.
Esistono poi due punti cruciali: l'errore e il linguaggio.
L'insegnante deve diventare «saggio» nel giudicare l'errore: non deve rifiutare ciò che è diverso dal suo modello o dalle sue aspettative, non deve dare importanza solo ai risultati, ma soprattutto ai processi, che possono essere interessanti anche se il risultato è errato, o viceversa poco felici anche se il risultato è esatto. Deve diventare «acuto» nei confronti del linguaggio: l'uso corretto del linguaggio matematico non può essere valutato come l'unica discriminante per capire se l'allievo sta operando una concettualizzazione. Infatti, ogni apprendimento linguistico, anche quello di un linguaggio specifico, va di pari passo con la costruzione dei significati e prevede processi evolutivi graduali [L.S. Vigotskij, 1990] che nella scuola non possono essere lasciati alla spontaneità, ma vanno dominati e guidati [V. Demichelis, 2001].
Pur condividendo l'esigenza del costruttivismo che la conoscenza non sia brutalmente «travasata» nel bambino, la posizione che Freudenthal chiama «reinvenzione guidata» valorizza a pieno la guida dell'insegnante e la *relazione pedagogica tra insegnante e allievo*. In questa relazione l'adulto ha due precise responsabilità: porre via via le condizioni perché l'allievo assuma iniziative pertinenti, di pensiero e di azione, per dare risposta (talvolta apparentemente autonoma) al compito proposto; valutare continuamente il processo, intervenendo quando sia necessario, per ricondurlo nei termini adatti allo scopo.

di Anna Paola Longo
(Associazione Ma.P.Es. - Matematica Pensiero Esperienza)

Indicazioni bibliografiche

Demichelis V., *Le interferenze linguistiche in matematica*, tesi di laurea, Torino, A.A. 2000 -2001.

Fischbein E., 1981, *Concreto ed astratto nell'insegnamento della matematica elementare* in Prodi G., 1981, *Processi cognitivi ed apprendimento della matematica nella scuola elementare,* La Scuola, Brescia.

Fontanella L., 1996, *Ci capiamo? Capire, farsi capire, scegliere che cosa far capire (a scuola)*, Celid, Torino.

Freudenthal H., 1994, *Ripensando l'educazione matematica*, La Scuola, Brescia.

Longo P., 2002a, "*I perché del numero zero. L'astrazione nella formazione matematica degli insegnanti*", in: *Emmeciquadro*, *n. 14 - aprile 2002*

Longo P., 2002 b, "*Narrazione e matematica. Considerazioni sulla formazione del pensiero matematico*", in: *Emmeciquadro*, *n. 16 - dicembre 2002*

Manara C.F., 1994. *Introduzione*, H. Freudenthal,1994, pp. 5/16.

Pontecorvo C. *et alii,* 1999, *Discutendo si impara,* Carocci, Urbino.

Russo L., 1998, *Segmenti e bastoncini. Dove sta andando la scuola?,* Feltrinelli, Milano.

Schwegman M., 1999, *Maria Montessori,* Il Mulino, Bologna.

Vergnaud G., 1995, *Schemi teorici e fatti empirici nella psicologia dell'educazione matematica* in Bernardi C., 1995, *Sviluppi e tendenze internazionali in didattica della matematica*, Pitagora, Bologna.

Vergnaud G., 1994, *Il bambino, la matematica, la realtà,* Armando, Roma. Vygotskij Lev S., 1990, *Pensiero e linguaggio,* a cura di Mecacci L., Laterza, Bari.

EMMECI quadro
Scienza Educazione E Didattica

DIRETTORE RESPONSABILE Mario Gargantini
www.emmeciquadro.eu

Aut. Trib. Milano n. 226 del 24.3.2000
ISSN 2240-0389
Emmeciquadro (online)