

## LA MATEMATICA DEGLI ULTIMI DECENNI

di Marco Bramanti\*

*Raccontare gli sviluppi recenti e la situazione attuale della ricerca matematica, un'impresa che si potrebbe ritenere quasi impossibile. Tuttavia l'autore offre al lettore un percorso accattivante di natura divulgativa attraverso le tematiche più significative sia per il peso teorico nel campo della ricerca accademica, sia per le implicazioni scientifiche e le applicazioni tecnologiche, generalmente ignorate dai media e sconosciute al mondo della scuola. Preziosi riferimenti bibliografici e sitografici sono suggeriti a chi fosse interessato a un approfondimento personale.*

\* Professore Associato di  
Analisi Matematica al  
Politecnico di Milano

In occasione del cinquantesimo numero di *emmeciquadro*, mi è stato chiesto un contributo sulla matematica che avesse per tema i suoi sviluppi degli ultimi decenni, le novità e il suo *status* attuale. Una *mission impossible*, evidentemente, che ho inconsciamente accettato per amore della matematica e della rivista, non certo pensando di esserne all'altezza. Cercherò di farmi perdonare la superficialità di queste note lasciando al lettore almeno qualche riferimento bibliografico o *web* con cui approfondire i temi qui toccati di sfuggita (tutti i riferimenti citati sono di livello divulgativo).

Mi sembra anzitutto che si possano individuare due sottotemi, distinti se pure in relazione. Il primo è quello dell'impatto attuale della matematica sulla vita di tutti noi o della società, attraverso la tecnologia e più in generale le applicazioni scientifiche: qualcosa che ci tocca molto da vicino, anche se spesso ne siamo poco consapevoli. Il secondo tema è quello degli sviluppi della ricerca teorica in matematica, quella che si fa nelle università e nei centri di ricerca di tipo accademico, un mondo di cui non solo il grande pubblico ma anche insegnanti e persone di formazione scientifica sono normalmente all'oscuro, che riesce a far parlare di sé i *media* solo occasionalmente. Cercherò di toccare sinteticamente ognuno di questi aspetti.

### L'impatto della matematica sulla società

La matematica applicata entra oggi in pressoché ogni campo della tecnologia e della scienza: credo che questo non sia una sorpresa per nessuno, comunque proviamo almeno ad esemplificare questa affermazione. Ci sono anzitutto campi in cui l'applicazione della matematica ha una lunga tradizione, il che non toglie che col passare del tempo ci siano comunque evoluzioni e novità significative. Per esempio, la *fluidodinamica* è un settore della fisica matematica di lunga tradizione, ricca di applicazioni ingegneristiche come all'aerodinamica del volo o all'idrodinamica, che sono a tutt'oggi importanti, ma alle quali in anni recenti si sono affiancate applicazioni di altri tipi. Per esempio, a partire dagli anni Novanta del secolo scorso, la fluidodinamica computazionale ha avuto interessanti applicazioni alla modellizzazione della circolazione sanguigna (*emodinamica*), con applicazioni mediche rilevanti (per una

panoramica si vedano i due articoli di rassegna [1]). In queste come in tante altre applicazioni fisico-matematiche si vede in azione una sinergia tra *fisica matematica* (deduzione delle equazioni differenziali che modellizzano un fenomeno, in base alle leggi fisiche e alla natura del problema), *analisi matematica* (studio delle proprietà teoriche delle equazioni differenziali coinvolte), *calcolo numerico* (discretizzazione del problema differenziale, ossia traduzione del problema analitico originario in un problema approssimante solitamente di tipo algebrico - un sistema di numerose equazioni in numerose incognite - e sviluppo di algoritmi efficienti per la risoluzione effettiva di questo problema), e infine l'utilizzo della *potenza di calcolo del computer*.

Un altro settore classico dell'analisi matematica, che ha quasi duecento anni, l'*analisi di Fourier*, ha avuto negli ultimi decenni applicazioni significative in molti campi (per una panoramica si veda [2]). Una di queste, familiare a noi tutti, è la *compressione delle immagini*, come le fotografie sul nostro computer o sulle nostre fotocamere digitali, con lo sviluppo dei vari standard di formato JPG, che nelle prime versioni, anni 1990, si basavano sull'analisi di Fourier classica, secondo l'idea cioè di approssimare una funzione mediante funzioni trigonometriche, mentre dopo il 2000 hanno iniziato a basarsi su altri tipi di approssimazioni, mediante funzioni dette *wavelets* (per chi è interessato, la voce JPG2000 su Wikipedia contiene molte informazioni e ulteriori rimandi). Più in generale, il trattamento delle immagini (miglioramento, filtraggio, riconoscimento automatico dei contorni, con svariate applicazioni dalla computer grafica alla diagnostica medica per immagini) è una vera miniera di problemi matematici che coinvolge metodi di equazioni differenziali, calcolo delle variazioni, statistica, analisi armonica, geometria, e altri ancora. Per esempio la *tomografia computerizzata*, attraverso la *trasformata di Radon* traduce in linguaggio matematico (e risolve) il problema di «vedere» in tre dimensioni una parte del corpo umano a partire da radiografie prese da varie direzioni (immagini bidimensionali). Si tratta di una sinergia tra aspetti non banali di matematica, fisica e informatica (si veda ancora [2] per approfondimenti).

La *meteorologia* è un altro campo che negli ultimi cinquanta anni ha avuto sviluppi importanti. È naturalmente fondamentale il progresso scientifico-tecnologico nell'acquisizione dei dati meteorologici, mediante le immagini satellitari, ma anche la matematica gioca un ruolo cruciale: sono coinvolte ancora la fluidodinamica, nei modelli di base sulla circolazione delle masse d'aria, e i problemi di analisi numerica connessi, ma anche il *calcolo delle variazioni*, nelle complesse procedure di «assemblaggio» dei dati parziali per dare una «fotografia globale» della situazione meteorologica presente, così come la comprensione delle proprietà dei *sistemi non lineari caotici* (si veda [3] per una panoramica).

Un oggetto ormai familiare come il dispositivo GPS di rilevazione della posizione (*Global Positioning System*, operativo dal 1995), si basa (oltre che sulla presenza di ventiquattro satelliti in orbita tutt'intorno al pianeta Terra e specificamente dedicati a questo!) su una matematica e una fisica non banali. La nostra posizione è ottenuta in base al segnale ricevuto da quattro satelliti alla volta; la distanza esatta da *tre* satelliti basterebbe a determinare la posizione (è un problema di intersezione di superfici sferiche), e la distanza può essere calcolata in base ai tempi di percorrenza del segnale elettromagnetico inviato dal satellite al ricevitore GPS; ma il calcolo esatto di questi tempi di percorrenza coinvolge delicati problemi legati all'impossibile sincronizzazione degli orologi sui satelliti e nel dispositivo GPS, il che richiede un dato ulteriore, da cui la necessità di utilizzare il segnale di quattro satelliti (per approfondire l'argomento il lettore può consultare in rete i paragrafi 8.13-8.21 del testo [W3]).

#### *La matematica del discreto*

Gli esempi visti nascono nel contesto della *matematica del continuo* (se pure nel loro trattamento numerico vengono poi discretizzati); vediamo ora qualche esempio di problemi che hanno per loro natura a che vedere con la *matematica del discreto*. La trasmissione a distanza (via *web* o cellulare) di informazioni che vogliamo proteggere dagli intrusi pone problemi di *crittografia*; i relativi algoritmi coinvolgono varia matematica del discreto. Per esempio, il capostipite dei sistemi di crittografia usati per le trasmissioni via internet (come nelle transazioni commerciali o bancarie) e per gli attuali sistemi di firma digitale, il cosiddetto *sistema RSA* (dalle iniziali di Rivest, Shamir, Adleman che lo svilupparono nel 1978 al M.I.T.) è basato su idee di teoria dei numeri che risalgono al XVIII secolo, in particolare sulle proprietà dei numeri primi e

sull'aritmetica modulare, e basa la propria forza sulla difficoltà di scomporre un numero intero enorme nei suoi fattori primi (per una spiegazione introduttiva ma dettagliata, si vedano i capitoli 4 e 9 di [4]). Il libro indicato è interessante anche per gli altri argomenti trattati: esempi di algoritmi, oggi coinvolti nelle tecnologie del *web* e non solo, che mostrano come, dietro quello che spesso consideriamo in modo generico «la potenza del computer», stanno pur sempre delle buone idee a volte elaborate, a volte molto semplici ma geniali nella loro innovatività. Sul numero di settembre 2013 del *Notices of the American Mathematical Society*, si legge un'inserzione pubblicitaria della *National Security Agency* che, per contrastare gli attacchi informatici negli USA, ricerca personale esperto nei seguenti settori: teoria dei numeri, teoria delle probabilità, teoria dei gruppi, teoria dei campi finiti, combinatoria, algebra lineare. La cosa impressionante di questo elenco è che si tratta di discipline (perlopiù di matematica discreta) che, a eccezione forse dell'algebra lineare, uno studente di matematica considererebbe probabilmente tra le più teoriche e lontane dalle possibili applicazioni. Invece, come si vede, oggi queste competenze sono coinvolte sulle barricate della lotta al *cyber-crime*.

Ma la matematica discreta non ha a che fare solo col mondo del computer e della crittografia; trova applicazioni anche allo studio di circuiti elettrici, reti di comunicazione, problemi di traffico, scelta di percorsi ottimali, studio delle proprietà delle catene di RNA o DNA, modelli di dinamica delle popolazioni, per fare solo qualche esempio. Una piacevole lettura divulgativa che mostra varie applicazioni della matematica discreta (teoria dei grafi, delle reti, probabilità e statistica nel discreto, *data mining*, eccetera) a vari aspetti della lotta al crimine è il libro [5], dove per esempio si trova un'interessante discussione delle idee probabilistiche legate all'affidabilità dei test sul DNA a scopo di identificazione criminale.

Le applicazioni descritte hanno in realtà un dominio che va oltre i confini dei problemi del *detective*, anche se questo è il filo conduttore su cui è costruito quel libro. Due settori che attraversano la matematica sia discreta che continua sono *la probabilità* e *la statistica*.

L'importanza della statistica è oggi sotto gli occhi di tutti e, se il cittadino comune si imbatte spesso in statistiche di tipo sociale o politico, è il caso di segnalare che le applicazioni della statistica sono oggi pervasive nei campi più svariati: industria, ingegneria, epidemiologia, genetica, agricoltura, eccetera. In effetti la statistica non ha a che fare solo con la presentazione sintetica di dati numerosi (come nelle statistiche che leggiamo sui giornali), ma anche con raffinati metodi di previsione quantitativa. Nel sito [W5], creato in occasione del 2013, anno internazionale della statistica, si può trovare una descrizione di molti dei campi attuali di applicazione di questa disciplina.

Questa breve rassegna su alcune applicazioni odierne della matematica deve ora terminare per lasciare spazio ad altri temi. Segnalo qualche ulteriore riferimento con cui il lettore curioso può allargare gli orizzonti incontrando alcuni settori contemporanei di applicazione della matematica. Il testo *L'esplosione della matematica* (v. [UMI]), a cura dell'Unione Matematica Italiana, è molto semplice e discorsivo. Con un linguaggio più matematizzato, ma sempre introduttivo e con molte visualizzazioni, il testo *MATHKNOW* ([6]) riporta pure una collezione di brevi saggi su applicazioni diverse, toccando anche certe relazioni tra matematica e discipline non scientifiche. Sulle pagine *web* dell'*American Mathematical Society* c'è una rubrica mensile (si veda [W1]) dedicata alla presenza della matematica nei *media*, in cui vengono raccolti articoli divulgativi, normalmente dedicati a qualche applicazione attuale più o meno «curiosa» della matematica.

### La ricerca teorica

Come scrivevo nell'introduzione, accanto alla matematica che viene applicata in mille settori della scienza, della tecnica, della «vita reale», c'è tutta una ricerca matematica teorica, svolta perlopiù nelle università, che ha come suo prodotto finale una mole di articoli pubblicati su riviste scientifiche internazionali, libri, comunicazioni a congressi e così via. Questo fiume di pensiero non sempre ha un contatto diretto o immediato con quell'altro mondo di matematica applicata di cui abbiamo prima dato qualche esempio. Sta di fatto che i paesi con una buona ricerca in matematica applicata eccellono anche nella matematica teorica, quindi una correlazione tra le due in sostanza c'è. Ora, l'evoluzione della matematica teorica è difficilmente comu-

nicabile ai non addetti ai lavori, non solo per il motivo ovvio della difficoltà di spiegare in modo non tecnico idee estremamente tecniche, ma anche per la difficoltà di selezionare, nel grande mare della nuova matematica che viene prodotta anno dopo anno, decennio dopo decennio, in innumerevoli fiumi e rivoli di ricerche specializzate, dei punti che si possano ritenere in qualche senso i più importanti. L'*American Mathematical Society* pubblica dagli anni 1990 una collana di libri dal titolo *What's happening in the mathematical sciences?*. Al ritmo di un volumetto ogni 2-3 anni (ad oggi ne esistono 9; si veda [W2]), ogni testo contiene una decina di brevi saggi divulgativi ciascuno su un argomento «caldo» della ricerca matematica recente. Molti di questi articoli sono effettivamente interessanti e comprensibili anche ai non addetti; tuttavia trovo che non sia con questo genere di approccio analitico che ci si riesce a fare un quadro d'insieme. Qualche lettore potrà essere stupito da questa mia incertezza sul descrivere quali siano i vertici della ricerca matematica dei tempi recenti. Dopo tutto, ha fatto parlare di sé, nel 1995, la dimostrazione di Andrew Wiles dell'ultimo teorema di Fermat, così come ha fatto parlare di sé la dimostrazione di Grigori Perelman della congettura di Poincaré, per la quale nel 2006 furono assegnati (ed entrambi rifiutati dall'interessato) la medaglia *Fields* e il premio da un milione di dollari della fondazione Clay. Giustamente questi risultati elevati fanno scalpore e finiscono perfino sui giornali. Tuttavia non si deve credere che questi risultati arrivino a «perturbare» il mondo matematico nella sua totalità: la distanza tra un settore specialistico e un altro è talmente grande che anche un risultato teorico fondamentale raggiunto in un settore non è affatto automatico che abbia ricadute anche negli altri settori. C'è quindi una certa «incommensurabilità» tra risultati ottenuti in settori diversi, che rende difficile e in fondo forse anche poco significativo cercare di fare una sorta di graduatoria assoluta dei risultati più importanti raggiunti. Quello che forse si può cercare di fare, e che può essere più interessante, è cercare di cogliere certe tendenze nello sviluppo complessivo della matematica teorica, guardandola da lontano, cioè su un arco temporale non troppo breve (decenni più che anni) e con uno sguardo sulle grandi aree anziché sui settori troppo specifici.

Lasciamo parlare, a questo riguardo, un grande nome della matematica del nostro tempo, Sir Michael Atiyah. Attingerò dal testo della sua *Fields Lecture* al Simposio per l'anno internazionale della matematica nel 2000 a Toronto (si veda [A]), dal titolo retrospettivo *Mathematics in the 20th century*. L'autore sottolineava, nel suo intervento, la tendenza progressiva, nell'arco di tutto il ventesimo secolo, a certi spostamenti di interesse (*shift*) nella ricerca. Li elenco così come lui li nomina, commentandoli a modo mio.

*Dal locale al globale.* In molti problemi analitici si assiste a uno spostamento di interesse nella descrizione del comportamento di un sistema, dalla scala locale (nello spazio), o «per tempi brevi», alla scala globale (nello spazio), o «per tempi lunghi». Spesso il comportamento per tempi lunghi o su scala globale si può descrivere solo in modo qualitativo, anziché quantitativo, mettendo in rilievo certe proprietà generali. Questo primo *shift* si accompagna quindi a un secondo, dal quantitativo al qualitativo, con un maggior rilievo dato ai metodi o concetti topologici.

*Crescita della dimensione.* Se la matematica classica è interessata a problemi «in dimensione bassa» (quella che corrisponde al piano o allo spazio fisico), nel ventesimo secolo si va verso un sistematico interessamento per i problemi anche in dimensione alta (qualsiasi) o, in certi campi, si salta addirittura dalla dimensione finita alla dimensione infinita (per esempio, in analisi funzionale o nel calcolo delle probabilità).

*Dal commutativo al non commutativo.* Nelle discipline algebriche e geometriche, ma anche in analisi, c'è un crescente interesse per i contesti in cui qualche operazione fondamentale non è commutativa, il che ovviamente pone problemi nuovi.

*Dal lineare al non lineare.* L'analisi non lineare ha compiuto progressi enormi negli ultimi decenni. E se il punto di vista più classico consiste nell'approssimare localmente un problema non lineare con uno lineare, sempre più importanza hanno in matematica le teorie e gli strumenti sviluppati *ad hoc* per studiare situazioni genuinamente non lineari (come le equazioni differenziali *fully nonlinear*) per le quali occorrono idee assolutamente nuove rispetto a quelle tradizionalmente usate nelle teorie lineari.

A questi *shift* di interesse che Atiyah descrive nel suo saggio se ne possono aggiungere anche altri.

*Dal deterministico allo stocastico.* I fenomeni probabilistici ormai non sono più solo



Michael Atiyah (primo da sinistra) con altri due premiati con la Medaglia Fields: Simon Donaldson (1986) e Daniel Quillen (1978)

oggetto di una disciplina di studio a sé, ma «perturbano» per esempio i modelli differenziali deterministici, portando a discipline ibride che sono sempre più rilevanti.

*Dal regolare al non regolare.* Tutta l'analisi matematica degli ultimi cinquanta - sessanta anni ha visto un progressivo allargamento dei propri confini dando diritto di cittadinanza a oggetti sempre meno «regolari»: nello studio delle equazioni differenziali alle derivate parziali, si considerano anche coefficienti con scarse proprietà di regolarità (corrispondenti alla possibilità di descrivere sistemi fisici in cui un certo mezzo è non omogeneo e presenta caratteristiche bruscamente discontinue); la cosiddetta teoria geometrica della misura studia oggetti geometrici estremamente irregolari (come i frattali), e così via.

Senza stare a moltiplicare gli esempi di *shift* di questo tipo (ce ne sarebbero certamente altri, e si potrebbero esemplificare anche in discipline diverse dalle poche che ho citato), si può provare a trarne qualche commento generale. Nello sviluppo della matematica teorica si osservano, sull'arco temporale medio-lungo e sulla larga scala, degli allargamenti di orizzonti, dei salti di generalità, o rotture di schemi precedenti, che richiedono lo sviluppo di nuove idee, nuovi metodi, nuove astrazioni, sviluppi che spesso non rendono superate le teorie precedenti, ma, o si appoggiano su di esse in senso stretto, o mantengono una qualche analogia con esse, pur nel salto di generalità che propongono.

Atiyah, nel saggio già citato, sottolinea anche l'esistenza di alcune *tecniche in comune* tra le varie discipline (pur nell'inevitabile differenza di altri strumenti specifici). Quindi la frammentazione specialistica delle discipline è in parte bilanciata dalla necessità, per chi lavora in un campo, di avere almeno un po' di conoscenza e di pratica anche di tecniche, strumenti e «gergo» di settori tradizionalmente lontani dal proprio.

Ogni tanto poi qualche matematico particolarmente originale getta scompiglio nella *routine* trovando nessi fino ad allora impensati tra campi lontani, o utilizzando per la prima volta uno strumento che tradizionalmente appartiene a un settore per studiare problemi di un altro. Questo, almeno talvolta, obbliga tutti ad allargare i propri orizzonti al di fuori dal proprio campo specifico, per non restare tagliati fuori dagli sviluppi recenti proprio in quel campo. È soprattutto quest'ultimo aspetto che vorrei sottolineare nella parte finale di questa sezione.

Prenderò come spunto le motivazioni con cui sono state assegnate alcune delle ultime medaglie *Fields*. Al sito dell'*International Mathematical Union* (si veda [W4]) è possibile consultare l'elenco completo dei *Fields medalist* e, almeno per le ultime edizioni, leggere il testo delle motivazioni ufficiali.

Riporto qualche frase dalla motivazione del premio per quattro degli ultimi otto premiati. Per comprendere il punto che mi interessa evidenziare non è affatto necessario che il lettore conosca la matematica di cui si parla.

#### Elon Lindenstrauss

Medaglia 2010. «Per i suoi risultati sulla misura della rigidità nella teoria ergodica, e le loro applicazioni alla teoria dei numeri».

«Elon Lindenstrauss ha sviluppato strumenti teorici estremamente potenti nella teoria ergodica, un campo della matematica inizialmente sviluppato per comprendere la meccanica celeste. Quindi ha usato quelli, insieme alla sua profonda comprensione della teoria ergodica, per risolvere una serie di difficili problemi in aree della matematica che sono apparentemente molto lontani. [...]»

#### Ngô Bao Châu

Medaglia 2010. «Per la sua dimostrazione del Lemma Fondamentale nella teoria delle forme automorfe attraverso l'introduzione di nuovi metodi algebrico-geometrici».

«Ngô Bao Châu ha rimosso uno dei grandi impedimenti al grande programma, durato decenni, di scoprire connessioni nascoste tra aree apparentemente disperate della matematica. [...]»

#### Andrei Okounkov

Medaglia 2006. «Per i suoi contributi a gettare un ponte tra probabilità, teoria delle rappresentazioni e geometria algebrica».

«Il lavoro di Andrei Okounkov ha rivelato nuove connessioni tra differenti aree della matematica e ha gettato un nuovo sguardo su problemi che nascono dalla fisica.



Medaglia Field (recto e verso)

Sebbene il suo lavoro sia difficile da classificare perché tocca una tale varietà di aree, due temi chiari sono l'uso della nozione di casualità e le idee classiche della teoria delle rappresentazioni. Questa combinazione si è dimostrata potente nell'attaccare problemi di geometria algebrica e di meccanica statistica [...]».

Wendelin Werner

Medaglia 2006. «Per i suoi contributi all'evoluzione stocastica di Loewner, la geometria del moto browniano bidimensionale, e la teoria dei campi conformi».

«Il lavoro di Wendelin Werner e dei suoi collaboratori rappresenta una delle più interessanti e fruttuose interazioni tra la matematica e la fisica nei tempi recenti. La ricerca di Werner ha sviluppato un nuovo quadro concettuale per comprendere fenomeni critici che sorgono nei sistemi fisici e ha portato nuovi punti di vista geometrici che mancavano in precedenza. Le idee teoriche che nascono dal suo lavoro, che combina la teoria della probabilità con idee dell'analisi complessa classica, hanno avuto un impatto importante sia in matematica che in fisica e hanno potenziali connessioni con un'ampia varietà di applicazioni [...]».

Quello che balza all'occhio da questi stralci è il tema ricorrente del gettare ponti, scoprire connessioni nascoste tra aree apparentemente disparate della matematica, e anche cogliere nessi tra matematica astratta e fisica. Come già dicevo, quindi, a dispetto dell'inevitabile frammentazione della ricerca specialistica, chi «vola alto» rende giustizia all'idea che la matematica sia, ancora e sempre, una sola.

*Ringraziamenti.* Desidero ringraziare Giancarlo Travaglini, che ha letto la prima stesura di questo articolo e ha dato utili suggerimenti per migliorarlo.

Marco Bramanti

(Professore Associato di Analisi Matematica al Politecnico di Milano)

#### Riferimenti bibliografici e sitografici

[7] M. Atiyah, *Mathematics in the 20th century*, N.T.M. 10 (2002) 025-039, Birkhauser 2002.

[6] M. Emmer, A. Quarteroni, editors., *MATHKNOW*, Mathematics, Applied Sciences and Real Life. Springer, Milano 2009.

[5] K. Devlin, G. Lorden, *Il matematico e il detective*, Longanesi, Milano 2008.

[4] J. MacCormick, *Nove algoritmi che hanno cambiato il futuro*, Apogeo, Milano 2012.

[NEMS] *Newsletter of the European Mathematical Society*, June 2011, n.80.

[2] E. Prestini, *Applicazioni dell'analisi armonica*, Hoepli, Milano 1996.

[3] A. Quarteroni, L. Bonaventura, *I modelli matematici per la previsione meteorologica*, pp 241-251, in: M. Emmer (a cura di), *Matematica e cultura 2007*, Springer, Milano 2007.

[1] A. Quarteroni, *Modeling the Cardiovascular System - A Mathematical Adventure*, Part I. SIAM News, Volume 34, Number 5; Part II. SIAM News, Volume 34, Number 6. Scaricabili da:

<http://www.siam.org/pdf/news/547.pdf>

<http://www.siam.org/pdf/news/563.pdf>

[UMI] Unione Matematica Italiana, *L'esplosione della matematica*. Scaricabile da:

<http://umi.dm.unibo.it/downloads/explosio.pdf>

[W1] <http://www.ams.org/news/math-in-the-media/math-in-the-media>

[W2] <http://www.ams.org/bookstore-getitem/item=HAPPENING-9>

[W3] <http://www.diiit.unict.it/users/campi/AppuntiCampiElett/campi8.pdf>

[W4] <http://www.mathunion.org/index.php?id=prizewinners>

[W5] <http://www.statistics2013.org/>, si vedano in particolare i link:

<http://www.statistics2013.org/statistics-as-a-career/statisticians-at-work/>

<http://www.statistics2013.org/statistics-as-a-career/what-fields-employ-statisticians/>

[W6] <http://terrytao.wordpress.com/about/>

