

LA GEOMETRIA FRATTALE IN BIOLOGIA E MEDICINA Lo studio pionieristico pubblicato trentacinque anni fa

di Gabriele A. Losa*

* *Membro dell'Accademia Europea delle Scienze*

Ricorre il trentacinquesimo anniversario dell'introduzione della geometria frattale in ambito biologico e medico, come documentato dall'articolo pionieristico apparso sulla rivista Journal of Microscopy del 1981, dal quale prende le mosse questo contributo.

Lo storico saggio suscitò presso la comunità scientifica internazionale un notevole interesse, che il presente saggio intende sottolineare e rimembrare. In particolare l'autore dedica questo scritto «alla memoria del Professor Theo Nonnenmacher dell'Università di Ulm (G), deceduto nel marzo scorso, che contribuì in modo determinante all'introduzione della Geometria Frattale in Biologia e Medicina, rielaborandone le regole matematiche e i criteri metodologico-sperimentali».

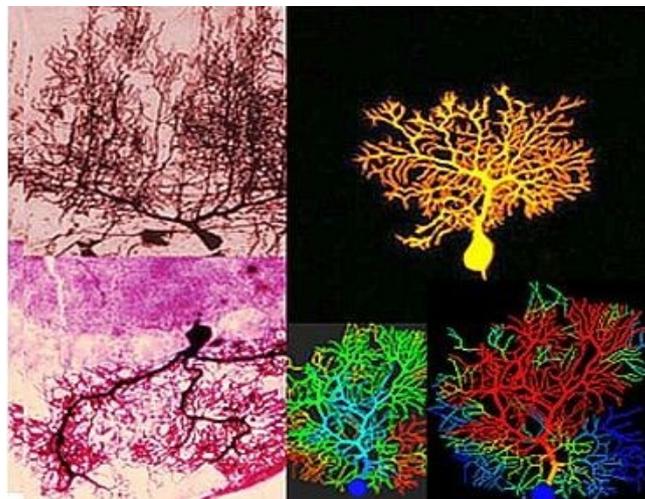
Per più di ventitré secoli abbiamo convissuto con Euclide, genio matematico dell'antichità. Attivo ad Alessandria durante il regno di Tolomeo I (323–283 a.C.), più anziano di Archimede (231 a.C. circa–212 a.C.) fu tuttavia il più giovane tra i discepoli di Platone (428 a.C.–348 a.C.).

I suoi *Elementi* di Geometria consentono di descrivere e quantificare oggetti, forme e figure geometriche regolari quali rette, circonferenze, triangoli, poligoni vari, solidi, eccetera. Inadatti per contro a fornire misure attendibili e riproducibili di corpi naturali, di oggetti irregolari e strutture biologiche complesse precludendo perfino una corretta descrizione degli stessi. Una problematica di difficile soluzione per gli antichi greci ai quali la natura, connotabile per l'incommensurabile ricchezza di forme e processi, appariva assai complessa e indecifrabile al punto da non potervi attribuire dignità scientifica alcuna e da valutare unicamente nell'ambito artistico-estetico.

Euclide, sollecitato da Aristotele, si assunse l'incarico di elaborare un modello inedito e ideale di geometria, fondato sulla regolarità degli elementi e la linearità delle forme, proprietà perlopiù inesistenti nel regno animale e vegetale.

La geometria di Euclide costruita su elementi e postulati che beneficiarono di una sistemazione assiomatica per la cura di David Hilbert (1862–1943), altro geniale studioso tedesco verso la fine dell'ottocento, ha «deliziato» a seconda delle affinità e attitudini personali, innumerevoli generazioni di allievi e studenti. Basta citarne un paio: «è sempre possibile tracciare una retta tra due punti qualunque»; «data una retta e un punto esterno a essa, esiste un'unica retta parallela passante per detto punto».

Ciò nonostante la curiosità di comprendere e l'esigenza di descrivere la complessità delle forme naturali e biologiche è rimasta ben vivace ma irrealizzata nei secoli. Immanuel Kant (1724–1804) ebbe a sentenziare con consapevole realismo che «L'organizzazione delle forme è un abisso impenetrabile per la mente umana».



Cervelletto umano: cellule di Purkine

In precedenza durante il periodo rinascimentale, Leonardo Da Vinci (1452-1519) introdusse il termine «complessione», derivato dal latino *complexionis*, per associazione di *cum-plecto* e del greco *πλέκω*, intreccio, e quindi «complesso», al fine di descrivere gli elementi anatomici e le strutture degli organismi umani, animali e vegetali.

Complessione, termine colto in uso ancor oggi, richiama la complessità mentre l'accezione scientifica fu esplicitata da Leonardo nel trattato *Dell'Anatomia* (fogli B): serve per descrivere la costituzione fisica, la corporatura, l'ordito, la tessitura, lo stato di intreccio derivante dalla unione delle diverse parti e dalla relazione delle medesime tra loro e con tutto l'insieme. Ma qual è la realtà della natura incommensurabile? Albert Einstein (1879-1955) ha dato la sua risposta: «la vera difficoltà sta nel fatto che la fisica intende descrivere i principi della "realtà". Ma non sappiamo che cosa sia la realtà, se non attraverso la descrizione fisica che diamo di essa».

Per comprendere e misurare gli oggetti naturali e le forme complesse, si è dovuto attendere la geometria frattale concepita ed elaborata da Benoît Mandelbrot (1924-2010).

La geometria di Mandelbrot

Nel suo celebre articolo apparso su *Science* nel 1967, il cui titolo *Quanto è lunga la costa della Gran Bretagna?* Mandelbrot fece dapprima sorridere e poi riflettere un gran numero di matematici e scienziati, vennero abbozzati la teoria e i principi geometrico-matematici oltre che la metodologia analitica adeguata, approfonditi in seguito nel suo capolavoro *La Geometria Frattale della Natura* del 1983.

La risposta fu sorprendente: la lunghezza della costa dipende dalla capacità risolutiva, in altre parole dal potere di risoluzione del righello o dalla scala di misura applicata. Trattandosi di sistemi irregolari e frattali, quanto più piccola è la scala di misura tanto più grande risulta il valore del parametro misurato, potendosi riconoscere e valutare adeguatamente un numero crescente di parti e dettagli che costituiscono l'insieme.

Un altro principio rilevante della geometria frattale concerne l'iterazione illimitata di una parte fino a costituire l'oggetto nella sua totalità, assicurandone nel contempo la somiglianza di forma a qualsiasi scala. Le figure complesse ottenute per iterazione riflettono la realtà in quanto sono «quasi la regola generale nella natura, in particolare nei suoi aspetti più visibili», cosicché «le nubi non sono sfere, le montagne non sono coni, i profili costieri non sono cerchi, le corteccie non sono lisce, il fulmine non viaggia in linea retta».

In verità fenomenologia e oggettistica da sempre «sotto il nostro naso», come sosteneva Mandelbrot. Vi è dell'altro: molte figure virtuali (ottenute per iterazione computerizzata di equazioni matematiche) rivelano una analogia con strutture e forme presenti non solo nel regno naturale e inanimato, bensì riscontrabili nel regno vegetale e animale, ciò che induce a ritenere che il processo iterativo di unità strutturali semplici potrebbe architettare e guidare la complessità morfologica di elementi biologici e di strutture viventi, normali ma anche compromesse a causa di tumori, disfunzioni cerebrali, difetti anatomici, eccetera.

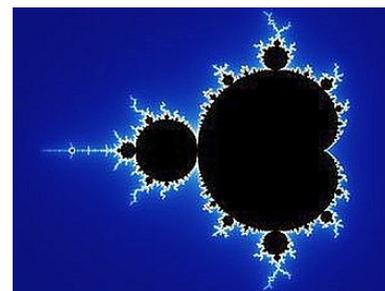
Occorre arrendersi all'evidenza che la geometria di Mandelbrot va ben oltre le conoscenze propugnate da illustri studiosi del passato.

Per esempio Galileo Galilei (1564-1642) proclamava da un lato che «Nessuna humana investigatione si può dimandare vera scienza s'essa non passa per le matematiche dimostrazioni», e dall'altro che «l'Universo è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi ed altre figure geometriche».

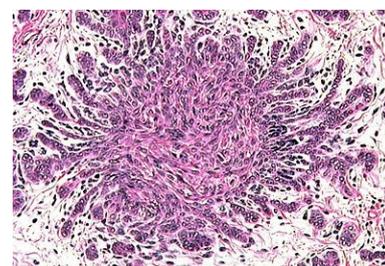
Con riguardo alla realtà naturale, quest'ultima sentenza appare in palese contrasto con i principi e i concetti della Geometria frattale. René Descartes (1596-1650) riconosceva di compiacersi delle matematiche a causa della certezza e dell'evidenza delle loro ragioni, ma ritenendo che il loro uso potesse servire unicamente alle arti meccaniche era sorpreso che visti i loro fondamenti così solidi e fermi non fosse stato prodotto alcunché di più rilevante: «on n'avoit rien bâti dessus de plus relevé».

Verso la fine del diciannovesimo e inizio del ventesimo secolo la comunità scientifica promosse approcci innovativi nel tentativo di andare oltre la concezione euclidea della geometria dello spazio, considerata «naturale», poiché si riteneva che teorizzasse «i fatti dell'esperienza sensibile».

Rappresentò un periodo scientifico fertile poiché di geometria non euclidea se ne discusse a fondo e segnatamente con Carl F. Gauss (1777-1853), Nicolaj I. Lobacevskij (1792-1856), Bernhard Riemann (1826-1866) e Henri Poincaré (1854-912), tutti



Insieme di Mandelbrot



Tumore frattale

studiosi sostenitori dei fenomeni complessi e della matematica non lineare.

Occorre notare che Leonardo osservò e descrisse in modo straordinario la complessità del regno naturale nel suo *Trattato della Pittura*, di seguito riportato: «La natura [...] la quale con filosofia e sottile speculazione considera tutte le qualità delle forme, [...] e siti, piante, animali, erbe e fiori, le quali sono cinte d'ombra e di luce. E veramente questa è scienza».

È d'uopo ammettere che l'atteggiamento culturale e scientifico dominante nella comunità scientifica rimane quello euclideo, assai diffuso anche nell'era di *internet*.

Le forme biologiche e le strutture complesse con i meccanismi biochimici e gli eventi fisiopatologici da queste sottese, vengono ancora indagate alla stregua di oggetti euclidei, deterministici, tutto sommato approssimati e pertanto raramente riscontrabili in natura. In sostanza si persiste nel sottovalutare le peculiarità dimensionali, morfologiche e funzionali degli elementi naturali che si sviluppano secondo la «legge di scala» o «legge di potenza».

La geometria frattale: nuova Weltanschauung per interpretare la complessità del vivente

Occorre riandare al periodo d'oro della ricerca in biologia cellulare intercorso fra gli anni Sessanta e Novanta dello scorso secolo, per fare il punto sulla problematica allora emergente, ovvero l'accesso dibattito attorno alla descrizione analitica delle forme complesse dei sistemi viventi.

La «presa di coscienza» definitiva avvenne in seguito all'esame critico di alcune pubblicazioni provenienti da laboratori internazionalmente reputati, le quali riportavano dati inerenti alla superficie di cellule epatiche affatto divergenti.

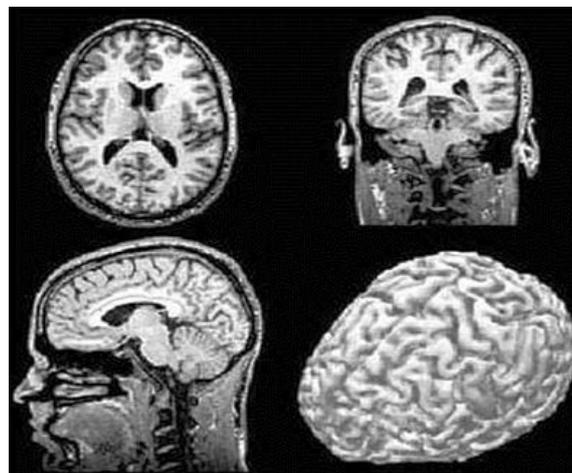
A condizioni sperimentali sostanzialmente simili, quale poteva essere la ragione di tale discrepanza? Fu convenuto che l'errore dovesse risiedere nell'aver negletto sia il ruolo della scala di misura o del potere di risoluzione durante l'analisi morfologica dei componenti cellulari, sia nella loro apparenza frastagliata, irregolare e pertanto frattale (dal latino *fractus*, ovvero interrotto, frastagliato).

Grazie al supporto geometrico e interpretativo dispensato da Mandelbrot fu portato a termine lo studio sperimentale confluito poi nella pionieristica pubblicazione [2] su *Journal of Microscopy* (1981), di cui ricorre il 35mo anniversario, che consacrò l'introduzione della Geometria Frattale nelle scienze biologiche, mediche, anatomiche, geologiche, e geografiche, fornendo inoltre la nuova visione epistemologica della natura e la chiave per interpretare la complessità e la diversità del vivente.

Circa una decade più tardi (1992) apparve, con il contributo dell'estensore del presente articolo, un'altra pionieristica pubblicazione dedicata alla problematica delle patologie tumorali, in particolare i tumori del sangue come le leucemie.

Le cellule del sangue affette da leucemia di tipo acuto mostrano una superficie cellulare moderatamente liscia o poco frastagliata, mentre le cellule ematiche fisiologicamente competenti sono caratterizzate da una membrana di superficie irregolare e assai frastagliata, (elevata dimensione frattale).

Da rilevare che nei tessuti della mammella umana i diversi componenti cellulari possono assumere valori frattali elevati, intermedi o scarsi a seconda del tipo o della dignità della lesione. Le lesioni di tipo benigno rivelano contorni cellulari a debole irregolarità con dimensione frattale ridotta, mentre all'opposto le masse tumorali di tipo maligno si caratterizzano per la presenza di elementi cellulari con contorni irregolari, frastagliati e con elevata dimensione frattale.



Immagini NMR del cervello umano

La complessità del cervello umano

La forte espansione e la differenziazione della corteccia cerebrale hanno contribuito allo sviluppo del cervello, quella parte dell'organismo umano di massima complessità che le neuroscienze hanno permesso di portare alla luce grazie allo sviluppo delle metodiche per analisi di immagine digitali assistite da computer.

Complessità anatomica e metabolica intuita più che descritta da Mandelbrot, allorquando, confrontato con la tortuosità delle pieghe cerebrali e con l'intreccio

labirintico formato dalle cellule neuronali del cervelletto, postulò un'organizzazione geometrica non euclidea, pur riconoscendo «come la nozione che i neuroni fossero frattali rimanesse una congettura». L'immensa sfida attuale e futura della conoscenza e dell'indagine scientifica verte- ranno sulla analisi quantitativa della complessità insita nelle strutture anatomiche, nei processi metabolici e nelle manifestazioni patologiche del cervello umano.

Gabriele A. Losa
(Membro dell' Accademia Europea delle Scienze)

Indicazioni bibliografiche

- [1] Mandelbrot B.B. *The Fractal Geometry of Nature*. 1983, San Francisco, USA.
- [2] Paumgartner D., Losa G.A., Weibel E.R., *Resolution effect on the stereological estimation of surface and volume and its interpretation in terms of fractal dimensions*, J. Microscopy 121, 51, 1981.
- [3] Losa G.A., Baumann G., Nonnenmacher T.F., *The fractal dimension of pericellular membranes in human lymphocytes and lymphoblastic leukemic cells*, Pathology Research and Practice 188, 680, 1992.
- [4] Losa G.A., *Fractals in Biology and Medicine*, in: *Encyclopedia of Molecular Cell Biology and Molecular Medicine*, 2012, Wiley Press, USA.
- [5] Losa G.A., *On the fractal design in human brain and nervous tissue*, Applied Mathematics 5, 725-1732, 2014.

Nota di Redazione

Si segnala su *Emmeciquadro* l'intervista concessa da Benoît Mandelbrot, pubblicata sul n° 17 - 2003, dal titolo: "[Una scienza piena di emozioni](#)"