

## MISURA DEL COEFFICIENTE DI ATTRITO STATICO IN TEMPO DI DIDATTICA A DISTANZA

di Elsa Ruisi\*

La didattica a distanza che ha caratterizzato la scuola durante l'epidemia di Covid-19 ha evidenziato difficoltà di vario genere e ha costretto i docenti più accorti a interrogarsi su che cosa è essenziale nella disciplina insegnata. In particolare molti si sono chiesti come non censurare totalmente la dimensione sperimentale caratteristica delle scienze della Natura. Una studentessa che frequenta il terzo anno del liceo classico racconta di aver ricreato un «laboratorio» in casa e di aver utilizzato sia materiali facilmente reperibili sia il proprio smartphone come strumento versatile e preciso, per studiare l'attrito radente su un piano inclinato. Una esperienza interessante che può essere imitata in contesti disciplinari diversi.

\* studentessa della classe III F del Liceo Classico "Giovanni Berchet" di Milano

L'attività sperimentale è stata guidata a distanza dall'insegnante di Matematica e Fisica Barbara Chierichetti.

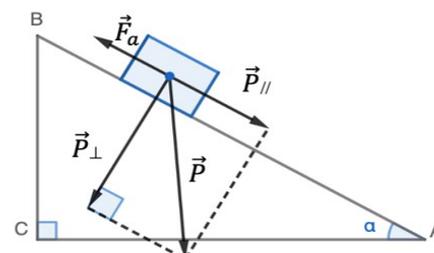
L'esperimento che descrivo, realizzato a casa in tempi di didattica a distanza, consiste nel misurare il coefficiente di attrito radente statico tra uno smartphone e una superficie piana. Ho utilizzato materiali e strumenti facilmente reperibili, ovvero un tagliere di legno, uno smartphone, una cover per smartphone di gomma, pellicola di polietilene da cucina, inclinometro con sensibilità del millesimo di grado sessagesimale. Di seguito riporto la relazione consegnata all'insegnante di fisica a conclusione del lavoro.

### Introduzione teorica

L'attrito è una forza passiva che ha origine quando un corpo è messo in movimento. È una forza frenante che ha la stessa direzione del moto, ma verso opposto.

Esistono diversi tipi di attrito, ma per questo esperimento mi sono concentrata sull'attrito radente che si produce quando un corpo si muove strisciando su un piano. È dovuto alla scabrosità delle superfici, oppure, in caso di superfici lisce, ai legami che si instaurano tra le superfici. L'attrito è direttamente proporzionale alla forza premente o carico, esercitata dal corpo appoggiato, che ha direzione perpendicolare al piano.

Dato un corpo su un piano orizzontale, la forza premente corrisponde al suo peso  $\vec{P}$ , e quindi l'intensità  $F_a$  della forza di attrito è data dalla relazione:  $F_a = k P$ , dove la costante di proporzionalità  $k$  è denominata coefficiente di attrito radente, il cui valore dipende dalle superfici di contatto. Se un corpo, soggetto solo al suo peso, è appoggiato a un piano inclinato, la forza premente corrisponde al componente del peso in direzione perpendicolare al piano di appoggio  $\vec{P}_\perp$ , dunque l'intensità della forza d'attrito è data dalla relazione:  $F_a = k P_\perp$ , come mostrato dalla figura.



Il modello del piano inclinato è riconducibile alla forma geometrica del triangolo rettangolo e dalla trigonometria sappiamo che i rapporti tra i lati di un triangolo rettangolo rappresentano le funzioni goniometriche seno, coseno e tangente dell'angolo  $\alpha$  di inclinazione del piano sull'orizzontale

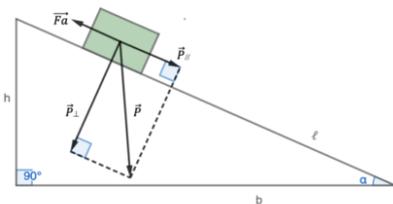
$$\frac{\text{Cateto opposto}}{\text{Ipotenusa}} = \text{sen}\alpha$$

$$\frac{\text{Cateto adiacente}}{\text{Ipotenusa}} = \text{cos}\alpha$$

$$\frac{\text{Cateto opposto}}{\text{Cateto adiacente}} = \text{tan}\alpha$$

Torniamo all'esperimento.

Nella figura che schematizza il piano inclinato e le forze in gioco sono presenti due triangoli rettangoli simili, quello di lati  $\ell, h$  e  $b$  e quello di lati congruenti alle intensità di  $\vec{P}, \vec{P}_{\parallel}$  e  $\vec{P}_{\perp}$  dove  $\vec{P}_{\parallel}$  e  $\vec{P}_{\perp}$  sono i componenti di  $\vec{P}$  rispettivamente parallelo e perpendicolare al piano.



Se i due triangoli sono simili possiamo affermare che i rapporti tra le misure dei lati corrispondenti sono costanti:  $\frac{P_{\parallel}}{P} = \frac{h}{\ell}$ ;  $\frac{P_{\perp}}{P} = \frac{b}{\ell}$ ;  $\frac{P_{\parallel}}{P_{\perp}} = \frac{h}{b}$ .

Ricordando le funzioni goniometriche definite precedentemente possiamo scrivere:

$$\frac{P_{\parallel}}{P} = \frac{h}{\ell} = \frac{\text{Cateto opposto}}{\text{Ipotenusa}} = \text{sen}\alpha \text{ e quindi } P_{\parallel} = P \text{ sen}\alpha$$

$$\frac{P_{\perp}}{P} = \frac{b}{\ell} = \frac{\text{Cateto adiacente}}{\text{Ipotenusa}} = \text{cos}\alpha \text{ e quindi } P_{\perp} = P \text{ cos}\alpha$$

$$\frac{P_{\parallel}}{P_{\perp}} = \frac{h}{b} = \frac{\text{Cateto opposto}}{\text{Cateto adiacente}} = \text{tan}\alpha \text{ e quindi } \frac{P_{\parallel}}{P_{\perp}} = \text{tan}\alpha$$

Ho utilizzato l'ultima di queste relazioni. È inoltre importante sottolineare che minore è il valore di  $\alpha$ , minore è l'intensità di  $\vec{P}_{\parallel}$ , al contrario, all'aumentare del valore di  $\alpha$ , aumenta anche il valore di  $\vec{P}_{\parallel}$ .

Sul corpo posto sul piano inclinato sono presenti due forze discordi,  $\vec{F}_a$  e  $\vec{P}_{\parallel}$  ( $\vec{P}_{\perp}$  è compensata dalla reazione vincolare). Immaginiamo di aumentare gradualmente l'inclinazione del piano. Fintanto che  $\vec{P}_{\parallel}$  è compensato da  $\vec{F}_a$ , il corpo è in equilibrio e resta fermo. Appena  $\vec{P}_{\parallel}$  supera  $\vec{F}_a$ , il corpo inizia a scivolare lungo il piano. Consideriamo allora la posizione limite in cui l'intensità  $F_a$  della forza d'attrito è uguale a quella del componente  $\vec{P}_{\parallel}$ , ovvero  $F_a = P_{\parallel}$ .

Se l'intensità della forza d'attrito è data dalla relazione  $F_a = k P_{\perp}$ , quando il corpo inizia a scivolare ( $F_a = P_{\parallel}$ ), si può dunque scrivere  $P_{\parallel} = k P_{\perp}$ .

Da qui possiamo dedurre che  $k = \frac{P_{\parallel}}{P_{\perp}}$  e per la relazione  $\frac{P_{\parallel}}{P_{\perp}} = \text{tan}\alpha$  ricavare:

$$k = \text{tan}\alpha$$

### Procedura sperimentale

Ho scaricato innanzitutto l'applicazione *Physics Toolbox Sensor Suite* che usa i sensori del cellulare per raccogliere numerosi tipi di dati tra i quali, tramite la funzione «orientazione» o «inclinometro» i seguenti angoli espressi in gradi sessagesimali:

**AZIMUT:** indica la rotazione attorno a un asse perpendicolare al piano dello smartphone passante per il suo baricentro (asse z);

**INCLINAZIONE:** indica l'angolo di rotazione attorno all'asse delle x

**ROTOLO:** indica l'angolo di rotazione attorno all'asse delle y

A sinistra, un esempio della funzione orientazione dell'applicazione *Physics Toolbox Sensor Suite*. A destra, invece, una rappresentazione degli assi di rotazione considerati rispetto ad uno smartphone



Mi sono munita di un tagliere di legno come piano inclinato regolabile, una cover di gomma e un rotolo di pellicola trasparente. Ho scelto tre coppie di materiali (gomma su legno, polietilene su legno e gomma su polietilene) e ho effettuato dieci prove per ogni coppia. In ogni prova ho posizionato lo smartphone con il sensore attivo, avviando la registrazione delle misure, e inclinato lentamente il tagliere finché il telefono non ha iniziato a scivolare. A questo punto ho interrotto la registrazione e l'ho aperta come file excel: la funzione «inclinometro» inclusa nell'app costruisce infatti una tabella contenente tutti i dati raccolti durante la prova in funzione del tempo.

fx	time		inclinazione			
	A	B	C	D	E	F
3055	35,484	69,073	-80,257	-12,592		
3056	35,5	69,365	-80,257	-12,592		
3057	35,515	69,323	-80,257	-12,592		
3058	35,515	75,997	-80,094	-6,84		
3059	35,516	75,997	-80,094	-6,84		
3060	35,534	75,171	-80,094	-6,84		
3061	35,556	74,862	-80,094	-6,84		
3062	35,575	76,607	-80,094	-6,84		
3063	35,597	76,152	-80,094	-6,84		
3064	35,618	75,696	-80,094	-6,84		
3065	35,637	74,749	-80,094	-6,84		
3066	35,655	73,734	-80,094	-6,84		
3067	35,675	73,163	-80,094	-6,84		
3068	35,695	75,094	-80,094	-6,84		
3069	35,696	150,646	-15,143	-0,81		
3070	35,696	150,646	-15,143	-0,81		
3071	35,716	151,353	-15,143	-0,81		
3072	35,737	151,679	-15,143	-0,81		
3073	35,758	152,98	-15,143	-0,81		
3074	35,779	154,534	-15,143	-0,81		
3075	35,797	156,707	-15,143	-0,81		
3076	35,818	157,972	-15,143	-0,81		
3077	35,843	158,162	-15,143	-0,81		
3078	35,859	158,143	-15,143	-0,81		

Un esempio delle tabelle create dall'applicazione durante una delle prove. In verde è evidenziata la colonna c, che rappresenta i valori dell'inclinazione. In rosso è evidenziato il valore massimo registrato nel corso della prova, prima che lo smartphone iniziasse a scivolare lungo il piano. La tabella è in funzione del tempo

Per l'esperimento ho esaminato i valori sotto la voce «inclinazione», che corrispondono ai valori assunti dall'angolo  $\alpha$  durante l'inclinazione del piano. Ho scelto il valore più alto assunto dallo smartphone prima di iniziare a scivolare e ho raccolto i valori così ottenuti nelle diverse prove in una tabella. Quindi ho calcolato il valore medio dei valori assunti dall'angolo  $\alpha$  in ogni prova, corrispondente all'inclinazione del piano. L'incertezza assoluta ( $f$ ) è identificata con la semidispersione calcolata per ogni prova. Infatti, essendo una serie di misurazioni si assume come incertezza assoluta il maggiore tra il valore della semidispersione (nell'esperimento pari a  $2^\circ - 3^\circ$ ) e la sensibilità dello strumento ( $0,001^\circ$ ).

A questo punto in base alla relazione:  $k = \frac{P_{II}}{P_I} = \tan\alpha$  ho potuto determinare il coefficiente di attrito statico.

Ho infine cercato in rete i valori del coefficiente di attrito statico per le coppie di materiali che ho utilizzato, valutando poi l'attendibilità dei risultati che ho ottenuto.

## I risultati sperimentali

	GOMMA SU LEGNO	POLIETILENE SU LEGNO	GOMMA SU POLIETILENE
1	37,403°	19,665°	79,875°
2	36,462°	17,540°	81,563°
3	36,406°	18,227°	82,989°
4	36,500°	16,724°	83,432°
5	35,923°	17,149°	82,514°
6	38,339°	16,343°	83,396°
7	33,230°	17,049°	84,455°
8	34,792°	16,824°	83,208°
9	34,938°	16,825°	80,094°
10	34,792°	17,173°	81,055°
Valore medio ( $X_m$ )*	35,879°	17,352°	82,258°
Semidispersione ( $SD$ )**	$\pm 3^\circ$	$\pm 2^\circ$	$\pm 3^\circ$
Misura	$(36 \pm 3)^\circ$	$(17 \pm 2)^\circ$	$(82 \pm 3)^\circ$

$$*X_m = \frac{X_1+X_2+X_3+X_4+X_5+X_6+X_7+X_8+X_9+X_{10}}{10}$$

$$**SD = \frac{X_{max}-X_{min}}{2}$$

Dopo aver determinato le misure dell'ampiezza dell'angolo  $\alpha$ , ho calcolato il valore di  $k$  per ogni coppia di materiali utilizzati, grazie alla relazione  $k = \frac{P_{II}}{P_I} = \tan\alpha$  ricavata nell'introduzione teorica.

$$k_{gomma \text{ su legno}} = \tan(36^\circ) = 0,727 = 0,7$$

$$k_{polietilene \text{ su legno}} = \tan(17^\circ) = 0,306 = 0,3$$

$$k_{polietilene \text{ su gomma}} = \tan(82^\circ) = 7,115 = 7$$

## Osservazione e conclusioni

Dopo aver calcolato i valori del coefficiente di attrito statico in ciascuna delle prove, ho cercato conferme su internet, ma reperire i dati è stato molto più difficile di quanto pensassi. Inizialmente infatti non avevo considerato che le coppie di materiali utilizzate nelle mie misure non avessero un riscontro effettivo in una qualche tipica applicazione industriale. Dopo ricerche infruttuose, ho deciso di impostare il browser in inglese, dal momento che spesso in questo modo risulta più semplice reperire informazioni e dati scientifici. Ho cercato i diversi coefficienti singolarmente:

- Con la keyword «[friction coefficient rubber on wood](#)», ho trovato il valore teorico  $k_{statico} = 0,7$  relativo alla coppia di materiali «gomma su legno» analizzata nella prima prova.
- Con la keyword «[friction coefficient polyethylene on wood](#)», in un documento che tratta materiali plastici, ho trovato il valore  $k_{statico} = 0,3$ .

Non ho invece trovato nessun valore per la coppia di materiali «gomma su polietilene»: questo coefficiente è molto elevato, e mi sono chiesta il perché di questa situazione così diversa dalle altre prove effettuate. L'attrito ha un'origine microscopica e deriva dalle forze che si esercitano tra atomi e molecole delle due superfici a contatto ed è dunque possibile affermare che tra il polietilene e la gomma si instaurino legami abbastanza stabili; infatti nel processo di formazione della pellicola alimentare vengono aggiunte sostanze plastificanti allo scopo di rendere la stessa più plastica e aderente alle superfici che entrano in contatto con la pellicola. Quindi con la gomma che è più liscia del legno questo effetto risulta particolarmente rilevante e per questo motivo è stato necessario

inclinare notevolmente il piano per dare inizio al movimento dello smartphone. Inoltre, a causa delle colle presenti nel materiale è possibile che non si possa perfettamente uniformare questa prova al modello di attrito statico radente utilizzato per le altre.

È stato molto interessante fare un esperimento utilizzando un sensore, e potendosi avvalere di misurazioni di gran lunga più precise di quelle ottenibili con altri metodi. Ho prestato molta attenzione a inclinare il piano lentamente, e a tendere la pellicola finché non fosse stata perfettamente liscia e aderente alle superfici.

Nonostante tutte le accortezze, ho trovato sempre più difficile essere precisa quanto più il coefficiente di attrito risultava basso: il corpo infatti inizia a scivolare in maniera quasi impercettibile; è possibile quindi che ricorra un errore, essendo difficile individuare l'istante esatto in cui il corpo sul piano si mette in movimento. A conferma di questa difficoltà, il calcolo dell'incertezza relativa  $i_f = SD/X_m$  e percentuale  $i\% = i_f \cdot 100$  per le misure dell'angolo  $\alpha$  presenta valori elevati:

per «gomma su legno»:  $i_{f1} = SD_1/X_{m1} = 3^\circ/36^\circ = 0,08$  e  $i_{f1}\% = 8\%$

per «polietilene su legno»:  $i_{f2} = SD_2/X_{m2} = 2^\circ/17^\circ = 0,1$  e  $i_{f2}\% = 10\%$

per «gomma su polietilene»:  $i_{f3} = SD_3/X_{m3} = 3^\circ/82^\circ = 0,04$  e  $i_{f3}\% = 4\%$

Questi risultati sull'incertezza relativa della misura degli angoli mi ha portato a esprimere con una sola cifra significativa il valore del coefficiente di attrito.

Risulta raggiunto l'obiettivo di calcolare i coefficienti di attrito statico per diverse coppie di superfici. Due dei risultati ottenuti (gomma su legno e polietilene su legno) sono confermati dai dati ufficiali trovati su internet:

$k_{\text{gomma su legno}} = 0,7$  (arrotondato a una cifra significativa)  $\approx$  friction coefficient rubber on wood = 0,7.

$k_{\text{polietilene su legno}} = 0,3$  (arrotondato a una cifra significativa)  $\approx$  friction coefficient polyethylene on wood = 0,3

Mentre il valore  $k_{\text{polietilene su gomma}} = 7$ , pur senza un riscontro in letteratura, lo ritengo comunque giustificato dalle forze di adesione tra le superfici a contatto.

*Elsa Ruisi (studentessa della classe III F del Liceo Classico "Giovanni Berchet" di Milano)*

### Indicazioni sitografiche e bibliografiche

Friction coefficient rubber on wood:

<https://mae.ufl.edu/designlab/Class%20Projects/Background%20Information/Friction%20coefficients.htm>

Friction coefficient polyethylene on wood: <https://www.jstor.org/stable/44718600?seq=1>

M.E. Bergamaschini, B. Chierichetti, M. Guzzi, L. Mazzoni - *LED, Luci sulla fisica* vol.1, Principato 2019.

