EMMECI quadro
Scienza Educazione E Didattica
n. 78
maggio 2021

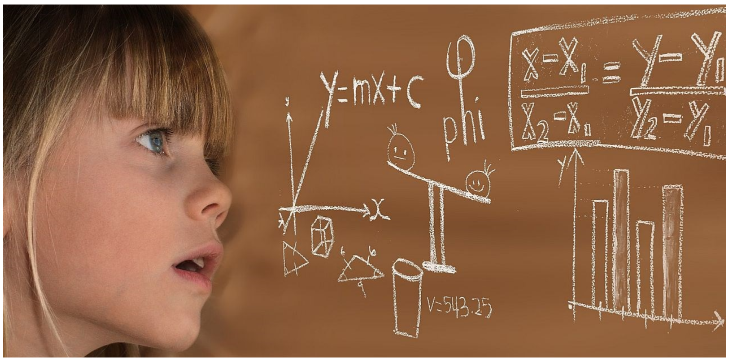
ORALITÀ IN MATEMATICA

momenti del “*parlare matematica*” degli allievi

*di Anna Marazzini**

** Già docente di Matematica e Scienze presso la Scuola “San Tommaso Moro” della Fondazione “Grossman” di Milano*

Pensiero e linguaggio presentano due linee di sviluppo distinte, ma strettamente intrecciate. Le dinamiche di tale intreccio influenzano profondamente l’apprendimento di una disciplina come la matematica, e in modo particolare nella fascia di età della Secondaria di primo grado. Sono perciò rilevanti le considerazioni proposte in questo intervento, su come è possibile condurre una interrogazione come conversazione didattica, che coinvolga tutta la classe oltre ai diretti interessati. Occorre una profonda consapevolezza di metodo nel guidare il lavoro di domanda in domanda, di gradino in gradino.



In più occasioni siamo intervenuti nella riflessione su come e quanto il linguaggio – parlato e scritto – sia intrinsecamente coinvolto nel processo di apprendimento e quindi interessi la didattica della matematica. In queste note vogliamo puntare l’attenzione su alcuni momenti di lavoro in classe, nei quali vale la pena di dare spazio e dedicare tempo all’azione del *parlare*, azione che riguarda sia l’insegnante sia gli allievi. In questa sede mettiamo a fuoco in particolare il parlare da parte dei ragazzi.
Prima di entrare nello specifico vogliamo sinteticamente delineare l’orizzonte entro il quale inscriviamo il tema.
L’ipotesi di lavoro, che negli anni ha sempre di più orientato le nostre decisioni circa *cosa* insegnare e *come* insegnarlo, ipotesi che quindi ha guidato il nostro ideare, progettare e rischiare la proposta dei percorsi di apprendimento, anche nuovi, nelle nostre classi, verificandone la validità, è sintetizzata nell’espressione: «reinvenzione guidata».
L’abbiamo raccolta da Hans Freudenthal [1] e ci ha subito affascinato, in quanto tiene insieme due dimensioni che appartengono e danno vita al rapporto educativo nell’ambito della scuola, danno vita cioè all’insegnamento, e in particolare a quello della matematica.
Nella parola *reinvenzione* possiamo leggere un giudizio, implicito, che potremmo esprimere così: riconosciamo e stimiamo la capacità di ragione dei ragazzi. Per pensare, nel nostro fare scuola, delle attività che favoriscano una mossa, una messa in gioco personale da parte dei ragazzi, occorre riconoscere e stimare la capacità dei nostri allievi di entrare in rapporto ragionevole con le cose, con la realtà, seppure in aspetti particolari.
Nella parola *guidata* risaltano invece il compito e la responsabilità dell’insegnante – messi in discussione da molte teorie pedagogiche e didattiche oggi in voga – che consistono nell’insegnare comunicando, non con discorsi, ma per come ci si muove e si propone il lavoro, la propria esperienza di conoscenza della realtà, quella che ci si è rivelata come accesso a una dimensione profonda di rapporto con il reale, pur

nel particolare rapporto richiesto dalla disciplina. Dentro la parola «guidata» possiamo leggere quindi la ragione più profonda dell'insegnamento, quella di condividere, di ridonare l'esperienza di crescita del proprio personale rapporto con la realtà, accompagnando così ogni ragazzo nel cammino di maturazione della coscienza di sé, come soggetto capace di ragione, cioè intelligente della realtà, e capace di libertà, cioè di apertura e adesione alla realtà nella sua verità e nel suo significato.
Negli anni abbiamo visto accadere proprio questo, e proprio nei ragazzi di scuola secondaria di primo grado che, implicandosi nel lavoro con tutto loro stessi ciascuno secondo le proprie possibilità, a un certo punto si sono resi conto di essere in grado di capire e ne hanno sperimentato la soddisfazione, sentendo acutamente l'urgenza di comprendere anche il senso di ciò che insegnavamo loro.

Oralità in matematica

Rifacciamoci ancora a ciò che dice Freudenthal, a riguardo dell'insegnamento della matematica, relativamente all'azione del «parlare».
«Quale che sia l'importanza dei contenuti e delle abilità essa è molto minore nella matematica che nelle altre materie. Poiché ho presentato insistentemente la matematica come un'attività la risposta alla domanda: 'Qual è la meta?' sarà: 'Un'attività'. In altre parole, il discente deve reinventare il fare matematica piuttosto che la matematica; l'azione di astrarre piuttosto che le astrazioni; il formalizzare piuttosto che costruire delle formule; il costruire algoritmi piuttosto che gli algoritmi; il parlare piuttosto che il linguaggio; e fermiamoci qui, ora che ciò che voglio dire è ovvio. Se il discente viene guidato a reinventare tutte queste cose, allora le conoscenze e le abilità verranno apprese più facilmente e più facilmente saranno ritenute e applicate.»[2]
Prendere sul serio l'affermazione di Freudenthal riguardo alla necessità che i ragazzi vengano guidati a reinventare «il parlare piuttosto che il linguaggio», ci ha fatto decidere di lasciare maggiore spazio, dedicare più tempo al *parlare dei ragazzi*, facendoci scoprire il valore dell'azione del parlare rispetto all'incremento della capacità di vedere e pensare matematicamente e consentendoci di verificare che la «verbalizzazione spinge avanti l'astrazione».
Ovviamente al parlare da parte dei ragazzi, deve corrispondere un *ascoltare* molto attento da parte del docente: ascoltando attentamente e profondamente possiamo scoprire tante cose, individuare segnali utili per fare luce sul livello di apprendimento e di sviluppo del pensiero e del linguaggio dei nostri allievi, per raccogliere elementi, utili non solo per la valutazione ma, primariamente, per orientare la nostra progettazione e proposta didattica.

Momenti del *parlare matematica*

In seguito alla richiesta di esporre un contenuto, un argomento, o di fornire una definizione, molte volte, e a tanti di noi, è capitato di sentirci chiedere: *Posso dirlo con le mie parole?*. Anche quando la prima cosa cui pensavo era: *Ecco! Non ha studiato e non sa ripetere quello che gli ho chiesto di imparare!*, a tale domanda io in genere rispondevo: *Certo! Devi dirlo con le tue parole! Con le parole di chi vorresti dirlo?*. Spesso la mia risposta otteneva come reazione nell'interpellato un respiro di sollievo e l'inizio di un'esposizione, magari un po' incerta o stentata, magari grezza dal punto di vista del rigore logico e lessicale, ma che a me rivelava il nucleo di un lavoro personale su quel concetto; da ciò capivo che quel ragazzo era sulla strada giusta per arrivare a una reale comprensione. È vero inoltre che all'enunciazione corretta e precisa di una definizione o di una proprietà, non è affatto detto che corrisponda un'adeguata comprensione; ce ne accorgiamo se un allievo, avendo studiato investendo solo sulla memorizzazione, non è in grado di dare una rappresentazione, oppure di fornire esempi o controesempi, riferiti a quell'enunciato. In entrambi i casi, si tratta allora di rimettersi al lavoro, affinché ciascuno, a partire dal punto in cui è, possa giungere a una comprensione maggiore e stabile.
Ripeti quello che è stato detto!. Nella pratica didattica quotidiana capita spesso di interpellare un ragazzo, che magari è distratto o sta chiacchierando, chiedendogli di ripetere quello che era stato detto. Questa richiesta può avere come obiettivo quello di mantenere desta la sua attenzione, di rimetterlo sul pezzo, di aiutarlo a riprendere il filo del discorso, con lo scopo di mantenere aperto il canale comunicativo tra noi e quel ragazzo. Ed è bene che questo accada, anzi è segno del fatto che l'insegnante

sta guardando i suoi studenti e ha a cuore che ciascuno di loro sia al lavoro con lui, che ciascuno di loro si implichi personalmente nella proposta. Allora poi non c'è da stare a perdere tempo se quel ragazzo non sa rispondere: si fa ripetere a un compagno e si va avanti.
Quello che può accadere dopo, se il ragazzo ci sta, se l'insegnante vuole fornire un'ulteriore occasione di messa in gioco e prova a riformulare la domanda, magari semplicemente chiedendo di illustrare ciò che è scritto o disegnato alla lavagna, e se l'insegnante sa ascoltare e valorizzare anche un piccolo seme dentro quello che il ragazzo dice, è molto di più: in un dialogo, il ragazzo può fare l'esperienza, molto gratificante, di dare forma al proprio pensiero, condividendolo con l'insegnante e i compagni, che possono a loro volta divenire partecipi e costruttori di quel dialogo [3].
Questa stessa esperienza può accadere tutte le volte che si decide di aprire un dialogo, o una discussione, a partire da qualcosa che accade (una affermazione errata o ambigua, una domanda, il testo di un problema non compreso, la soluzione di un problema che si inceppa, eccetera) e l'insegnante sceglie di fermarsi su di essa dicendo ai ragazzi: *Parliamone un po'!* oppure *Non ho capito. Prova a ridirlo meglio,* oppure *Non sono certa che sia vero. Fammelo «vedere». Mi devi convincere!*.
Il dialogo che ne può nascere e che può svilupparsi è scuola di argomentazione; lo chiamerei, rischiando un azzardo, laboratorio di pensiero e di linguaggio [4].

Lavorare e *discorrere* sugli errori

Correggendo una verifica a conclusione del percorso sul calcolo frazionario, costatavo la presenza di diversi errori che non sapevo se imputare a distrazione o a incomprensione.
Allora ho «estratto» dalle espressioni contenute nelle verifiche delle mie due classi seconde tutte le operazioni eseguite in modo scorretto, e le ho trascritte riempiendo così le due facciate di un foglio. Ho intitolato questo foglio *Galleria degli orrori*, l'ho portato in classe facendolo vedere a tutti: è importante, infatti, riuscire a lavorare sugli errori in modo un po' leggero e ironico.
Abbiamo cominciato a esaminare una per una le espressioni errate; io le scrivevo alla lavagna, chiedevo la correzione motivata, e proponevo di cercare da dove *fosse saltato fuor*" l'errore.
È stata un'ora molto ricca di interventi che ha fatto emergere aspetti interessanti.
Uno riguarda il fatto che, nello svolgersi del dialogo, i ragazzi abbiano riconosciuto errori che avrebbero potuto essere *intercettati* riflettendo sull'operazione data: per esempio, nell'errore frequente del tipo,

$$\frac{1}{2}+2=\frac{3}{2}$$

si dovrebbe capire che il risultato è sbagliato perché ci si deve aspettare che la somma risulti maggiore di 2 e non minore di 2! Allora ho cominciato, puntando la lente d'ingrandimento su un'operazione errata, a chiedere di fare una previsione, se possibile, sul risultato e di giustificare la conclusione.
Interessante anche il fatto che, diversamente da quanto mi aspettassi, gli autori degli errori si sono *smascherati*, chiedendo di poter essere loro stessi a correggere e a spiegare.
Vale la pena lavorare in questo modo, facendo parlare i ragazzi, anche sugli errori diffusi; può risultare più efficace di un'ulteriore ripetizione da parte nostra della spiegazione.

Interrogare: di gradino in gradino

Quale valore può avere l'interrogazione orale all'interno del percorso di apprendimento dei ragazzi?
Rispondere a questa domanda ci conduce in una riflessione articolata e per niente facile. Anzitutto, ciò che spesso ci frena nel ricorrere all'interrogazione orale, piuttosto che a una prova scritta, è la difficoltà sia nel condurla sia nel valutarla.
Per contro, un vantaggio dell'interrogazione orale è che essa permette al docente, se ne vuole fare un'occasione di apprendimento per il singolo ragazzo come per la classe, di *piegarsi* al mondo categoriale dell'allievo e, partendo da una specifica domanda, guidarlo a compiere passi in più.

Occorre però saper guidare l'interrogazione in un modo che favorisca, non solo per l'insegnante, ma per il ragazzo stesso, la messa in luce dei punti di forza e dei punti di debolezza, nonché il livello di apprendimento raggiunto. Occorre quindi saper porre le domande nei termini giusti [5] – da qui la consapevolezza e la cura che dobbiamo avere per esempio del registro linguistico che utilizziamo – e occorre anche saper distinguere diversi livelli e aspetti concettuali nelle questioni che scegliamo e vogliamo proporre come oggetto di interrogazione e di valutazione.
E non esiste la domanda giusta in assoluto, esiste la domanda giusta per quel ragazzo: un ragazzo di scuola media può aver capito, saper applicare ma non saper dire; oppure può saper applicare, saper ripetere ma non aver colto o essere ancora incerto sul significato, oppure può saper applicare in contesti già *frequentati* e non in contesti nuovi o più complessi (per esempio calcola con sicurezza con gli interi ma non altrettanto con le frazioni, e potrebbero essere fatti tanti altri esempi).
Nel tempo ho verificato che ciò che rende l'interrogazione orale esperienza utile e significativa è la tensione a mantenere due linee di orientamento:

- scoprire cosa si muove nella testa del ragazzo interpellato, quando è chiamato a un dialogo che non è come quello che si instaura durante una lezione partecipata, ma è fra l'insegnante e l'allievo, guidato dall'insegnante;
- concepire il momento dell'interrogazione non a lato, non come un intervallo, ma come un'esperienza integrata nel percorso di apprendimento, che permetta una riscoperta o una nuova scoperta, un incremento di consapevolezza per l'interrogato e anche per tutti gli altri studenti della classe.

Bisogna riuscire a fare dell'interrogazione occasione di «conversazione didattica», di dialogo sensato e costruttivo sul tema oggetto di studio.
Per rendere un'ora intera di interrogazioni (non implicando un unico alunno ovviamente) un'occasione di questo livello, ho cominciato a pensarla suddivisa in momenti, in passi, *gradino per gradino*, chiamando tutti i ragazzi a fare un percorso, coinvolgendoli a diversi livelli di acquisizione, in modo che quell'ora diventasse come un'ora di lezione.
E' possibile farlo anche su argomenti di base: ne propongo un esempio, immaginando come contesto una terza media e come oggetto *l'addizione tra numeri relativi*, al termine di un percorso di lavoro su tale operazione.

Primo gradino
Il primo gradino, il più semplice, è quello che ritengo essere, in quel momento, il gradino accessibile a qualunque alunno della classe. Propongo alcune addizioni con addendi interi, di vario tipo, pensate e scelte rispetto a quello che voglio *tirar fuori*: per esempio, addizioni con addendi concordi o discordi, che riflettano le varie situazioni, addizioni con somma 0, con somma + 1 o – 1, con somme uguali. Si lascia che le eseguano, anche in silenzio, poi si possono aprire diverse strade di interlocuzione, anche in base a come abbiamo visto muoversi il ragazzo interrogato, se ha agito con correttezza e sicurezza o meno. Una modalità efficace è segnalare, oppure chiedere di individuare, e far correggere gli eventuali errori, per esempio domandando: *Come hai operato in quel caso?*. Se di fronte a un'addizione del tipo $(-8) + (+3) = -5$, capita di sentirsi dire: *siccome sono discordi ho messo il meno e ho fatto la sottrazione*, va riconosciuto che questa risposta non è banale, perché è stata esplicitamente espressa la prima cosa da guardare prima di agire davanti a un'addizione di relativi.
A questo punto si può invitare l'interrogato a dire meglio come ha operato: dire meglio sia in italiano (metti almeno i soggetti …) sia in «matematichese» (usa le parole giuste, il lessico specifico). E dirlo meglio vuole anche giustificare le scelte fatte: *Perché hai messo il segno meno? Cosa hai sottratto*? *Perché hai sottratto*?.
Che un ragazzo riesca a fare ciò che gli si chiede in modo autonomo, o che debba essere costantemente guidato da domande, permette all'insegnante di esprimere una valutazione piuttosto che un'altra. Se un ragazzo ha difficoltà a esprimere in modo chiaro, ordinato e motivato il proprio modo di operare, senza dedurre drasticamente che non abbia capito le regole per l'addizione di relativi, possiamo ipotizzare che non sia in grado di dominarle in qualunque situazione, e questo comporta il fatto che terremo sott'occhio quel ragazzo nella prosecuzione del percorso e che penseremo per tutta la classe attività che diano spazio alla verbalizzazione di regole e procedimenti.

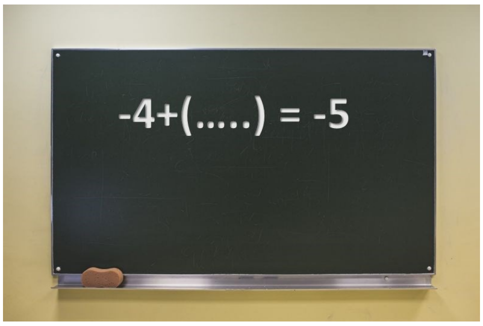
Altre «domande guida» successive possono essere:
Evidenzia le addizioni con somma zero e guarda i loro addendi. Osservi qualcosa?
Evidenzia le addizioni con somma positiva (o negativa) e confronta le coppie di addendi. Puoi esprimere qualche osservazione?
Verifica l'uguaglianza: [–4 + (–8)] + (+6) = –4 +[–8 + (+6)]. Inventa tu un esempio analogo ed esegui la verifica.
Queste azioni permettono di verificare l'abilità nel calcolo, e la capacità di riconoscere nelle scritture delle operazioni numeriche il ruolo delle proprietà in esse *nascoste* e di enunciarle.

Secondo gradino
Per verificare a un ulteriore gradino il livello di comprensione e di consapevolezza, una domanda possibile è: *Trova l'addendo incognito* in una somma di interi relativi. Si può così riconoscere come si muove un ragazzo: se per tentativi casuali, oppure per tentativi ragionati, facendo uso non solo delle regole dell'addizione, ma anche di quanto è stato osservato riguardo al segno delle somme. Si può anche osservare se la sua ricerca diventa più sicura via via che procede nel completamento delle addizioni proposte.

Per esempio, data l'uguaglianza:

4 + (………) = – 5,

qualche alunno sa scrivere abbastanza in fretta che l'addendo mancante è – 1. Ancora una volta ciò che è interessante è far parlare per far spiegare: da come un ragazzo esprime i passi della sua ricerca, capisco il livello della comprensione. Questo è uno dei casi in cui i ragazzi potrebbero rispondere soltanto: *Perché l'ho visto*, oppure, se nel lavoro è stata proposta anche un'interpretazione geometrica dell'addizione, ci si può aspettare come risposta anche questa: *Mi sono immaginato che per andare da – 4 a – 5 sulla retta numerica devo spostarmi di 1 verso sinistra, cioè disegnare il vettore – 1*.



È in contesti come quelli illustrati che si può anche chiedere di esprimere verbalmente le regole usate per determinare la somma di concordi, oppure dei discordi, staccandosi dal caso particolare. È una richiesta già a un altro livello, tanto che molti ragazzi si riportano immediatamente al livello precedente. Diverso è il caso in cui il ragazzo enuncia in forma generale la regola, magari riferendosi alle addizioni già scritte alla lavagna o inventandone di nuove, utilizzandole come esempi, come riprova, di quello che sta affermando.
Chiedere di spiegare il perché della regola, di giustificare la sensatezza della regola, è domanda a un altro livello ancora. La risposta che possiamo aspettarci dipende da quello che abbiamo mostrato loro durante le lezioni, da come abbiamo insegnato.

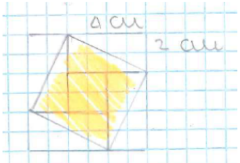
Terzo gradino
Dalla somma tornare agli addendi.
Si può chiedere: *Considera l'addizione* (–8) + (+3) = –5. *Scrivi altre addizioni di coppie di numeri interi con somma* –5. Si può invitare a scrivere gli addendi in una tabella, alleggerendo così l'impegno della scrittura.
Questa azione «all'inverso» sull'operazione può far *venire fuori* un mondo di matematica!
Anche qui occorre osservare come si muove il ragazzo: se organizza la sua ricerca (tutti gli addendi concordi poi quelli discordi, per esempio) o se procede in ordine sparso; se considera anche i casi particolari, come la coppia –5; 0.
Una volta scritte alcune coppie di addendi si può chiedere: *Ce ne sono altre? Puoi scriverle tutte*?. Solitamente, con gradi diversi di autonomia, il ragazzo interrogato giunge alla conclusione che è possibile scrivere tutte le coppie di concordi ma non tutte le coppie di discordi perché queste sono infinite. Lo vede, ma … Cosa ci sta sotto? Noi lo sappiamo, è la proprietà invariantiva della sottrazione. Potremmo anche decidere di lasciare aperta questa domanda, facendola scrivere a tutti sul quaderno e assegnando come compito l'elaborazione della risposta.

Quarto gradino
Proviamo a uscire dall'insieme degli interi chiedendo: *Scrivi addizioni che danno somma* $+1$.
Possiamo interrogare un ragazzo che sappiamo essere abile nel calcolo e non solo con gli interi, perché mentre si interroga quell'alunno, si cerca di favorire il fatto che tutti si inseriscano in questo percorso *di gradino in gradino*.
Per poter scrivere coppie di addendi concordi si deve ricorrere alle frazioni; si può arrivare così a scoprire che, in questo ambito, le coppie di addendi concordi sono infinite, anche solo prendendo in considerazione addendi positivi con valori aritmetici complementari. E si può metterlo alla prova chiedendogli di trovare almeno una coppia di frazioni, ridotte ai minimi termini, di denominatore diverso, osservando che strategia usa, e chiedendogli di esprimerla verbalmente.
Si pensi come questo lavoro può essere ripreso successivamente, nel contesto del lavoro sulle relazioni: assegniamo ai due addendi il ruolo di variabili, che poi interpretiamo come coordinate di punti, facciamo segnare nel piano cartesiano prima i punti con coordinate intere, notiamo che sono allineati su una retta, facciamo verificare in più casi che altri punti di quella retta hanno coordinate la cui somma vale $+1$. Abbiamo cioè messo a disposizione dei ragazzi un contesto *ricco* che può diventare punto di partenza per nuovi passi.

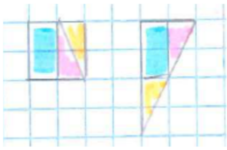
Quinto gradino
I gradini individuati fin qui hanno scandito un lavoro di «scalata» alle acquisizioni numeriche rispetto all'operazione di addizione nei numeri interi: si può andare oltre, usando l'occasione dell'interrogazione per portare a esplorare situazioni nuove.
Per esempio, si può far notare che la somma di numeri relativi non è sempre maggiore degli addendi. Prendere consapevolezza di tale stranezza, che contrasta con il significato dell'addizione nei numeri assoluti, è una sorpresa per i ragazzi. Allora si comincerà chiedendo di osservare bene più casi, per riuscire a *distinguere* le diverse possibilità (che sono tre), fornendo loro una casistica di addizioni, pensate ad hoc. Poi si chiederà di *esplicitare il criterio* che è stato individuato come valido per distinguere le diverse situazioni. Da ultimo si potrà chiedere di esprimere verbalmente, in forma di enunciato del tipo «se … allora …», il legame fra il tipo di addendi e la relazione d'ordine tra la somma e gli addendi; il caso degli addendi discordi è proprio strano ed è difficile da dire bene! Per riuscire a esprimere questo legame, con rigore logico e lessicale via via maggiori, occorre un lavorio nella mente del ragazzo che certamente favorisce la maturazione in comprensione e in consapevolezza.
Lasciamo anche che i ragazzi *balbettino* un po' cercando di vedere noi quel punto sicuro su cui far leva per sostenere la mossa, l'iniziativa, che porta il ragazzo a fare un passo in più, un passo di pensiero e di linguaggio. Consideriamo infatti che pensiero e linguaggio crescono insieme ma non nello stesso modo, non in stretta corrispondenza, come se ci fosse uno scollamento tra la capacità di pensare e la capacità di parlare, che non segnala necessariamente pigrizia o incomprensione; spesso i ragazzi di scuola media faticano solo a *tirare fuori* il proprio pensiero.
Teniamo poi presente che per i ragazzi che hanno difficoltà riconosciute, talora certificate, proprio nel linguaggio, deve essere una condizione fortemente mortificante avere un pensiero *prigioniero* nella testa: tutto ciò che li aiuta a liberarlo, *snodando* il pensiero insieme alle parole, è per loro origine di grande sollievo e sostegno al maggiore impegno loro richiesto.
A questo proposito illustro un altro momento particolarmente significativo del *parlare matematica*.

Ripresa di un lavoro scritto

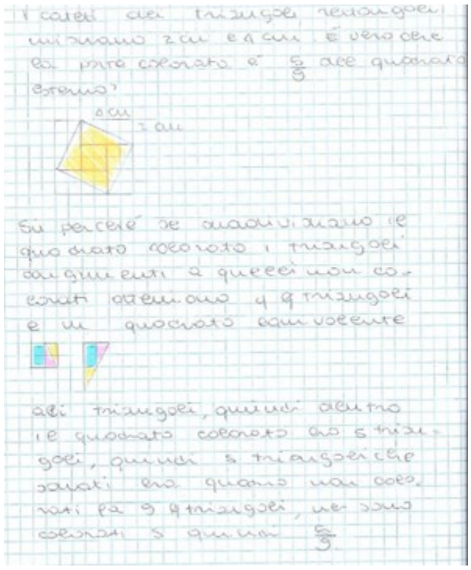
Il contesto del lavoro è quello dell'equivalenza dei poligoni. L'alunna, autrice della soluzione di un problema assegnato per compito, aveva difficoltà relativamente al linguaggio, tali da rendere faticose sia la comprensione sia l'espressione, soprattutto nell'orale



I cateti dei triangoli rettangoli misurano 2 cm e 4 cm.
È vero che la parte colorata è $\frac{5}{9}$ del quadrato esterno?



Sì, perché se suddividiamo il quadrato colorato in triangoli congruenti a quelli non colorati otteniamo 4 triangoli e un quadrato equivalente ai triangoli; quindi, dentro il quadrato colorato ho 5 triangoli, quindi 5 triangoli che sommati ai quattro non colorati fa 9 triangoli, ne sono colorati 5 quindi $\frac{5}{9}$



La lettura della risposta è abbastanza faticosa, per la grafia ma soprattutto per la lunghezza della frase che è quasi priva di punteggiatura. Leggendo però con attenzione possiamo osservare che il disegno è stato copiato correttamente e le misure note sono state inserite al posto giusto; ciò rivela che la ragazza ha compreso il testo del problema. La suddivisione del quadrato colorato in parti rivela che la ragazza ha saputo «vedere» al suo interno figure congruenti a quelle non colorate. Lo sviluppo della soluzione inizia con un *sì* (è giusto) e contiene un disegno che illustra chiaramente l'equivalenza del quadrato piccolo con uno degli 8 triangoli rettangoli. La spiegazione contiene affermazioni corrette che esplicitano relazioni fra le parti; c'è anche un connettivo logico.
Questi sono tutti indizi del fatto che la ragazza «ha visto» quel $\frac{5}{9}$ dentro il disegno e ne ha compreso il perché, ma il suo scrivere non lascia trasparire in piena chiarezza tutto il suo pensiero.
Interrogarla ha voluto dire guidarla a esplicitare a me e ai compagni, ma soprattutto a se stessa, tutto quello che aveva visto e compreso. In quel quarto d'ora di interrogazione, partendo da ciò che era stato scritto, chiedendo di esprimere frasi semplici e brevi (del tipo: ho suddiviso il quadrato colorato; osservo che il quadrato colorato è formato da …; con il disegno verifico che …; e così via), l'alunna è stata guidata a *dire meglio* e a *ordinare consapevolmente* i passaggi del suo lavoro di osservazione e di soluzione.

Per concludere

Progettare la didattica, in tutti i suoi aspetti, secondo i criteri e le modalità qui proposte ha il pregio di formare nei ragazzi un metodo di impostazione del lavoro che nel tempo si consolida e diventa un *habitus*, contribuendo in modo fondamentale alla formazione globale della loro persona. Anche per l'insegnante questa modalità contribuisce a un continuo arricchimento della posizione umana e professionale, nella ricerca e nella scoperta di strade che aprono all'imprevisto e valorizzano quanto accade.

Anna Marazzini
(già docente di Matematica e Scienze presso la Scuola "San Tommaso Moro" della Fondazione "Grossman" di Milano. Il lavoro è stato presentato nell'ambito del Gruppo di Ricerca «Educare Insegnando» per l'insegnamento di Matematica promosso dall'Associazione "Il Rischio Educativo" *http://www.formazioneilrischioeducativo.org*.

Riferimenti bibliografici

[1] e [2] H. Freudenthal, *Ripensando l'educazione matematica*, a cura di C. F. Mana ra, *La Scuola*, Brescia, 1994.

[3] E. Rigotti, *Conoscenza e significato. Per una didattica responsabile*, Mondadori Università , Milano, 2009

[4] L. Maffei, *Scuola della parola. Perché dico no all'uso dello smartphone in classe*, quotidiano Avvenire, 5 dicembre 2017.

[5] R. Manara, *Parlare e far parlare per insegnare la matematica*, Emmeciquadro n° 67, gennaio 2018

EMMECI quadro
Scienza Educazione E Didattica

DIRETTORE RESPONSABILE Mario Gargantini
www.emmeciquadro.eu

Aut. Trib. Milano n. 226 del 24.3.2000
ISSN 2240-0389
Emmeciquadro (online)