

UN LINGUAGGIO DELLA FISICA LA GEOMETRIA

di Maria Elisa Bergamaschini

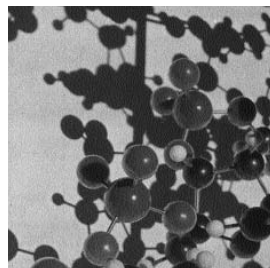
Un percorso didattico realizzato con studenti del secondo anno di scuola superiore, volto all'acquisizione non formale del linguaggio della fisica.

All'origine della scienza moderna, in particolare della scienza fisica, si riconoscono due fattori fondamentali, l'importanza che si attribuisce al metodo sperimentale, come via di conoscenza, particolarmente feconda, della realtà fenomenologica, e l'uso della matematica come strumento che fornisce le procedure di tipo deduttivo, i simboli per rappresentare i concetti e i numeri, corredati dalle unità di misura, per esprimere il risultato della misurazione delle entità fisiche oggetto di osservazione. Sinteticamente si può dire dunque che alla matematica si è riconosciuta la funzione di linguaggio della fisica, nel senso pregnante del termine, in quanto permette di stabilire correlazioni di tipo funzionale - le chiamiamo ipotesi - tra i parametri caratteristici del fenomeno indagato, di fare previsioni a partire da queste ipotesi, previsioni che dovranno essere oggetto di verifica e infine di rendere ragione, in un contesto teorico unitario, di quanto si è appurato: chiamiamo questa operazione spiegazione.¹

Quando si avviano allo studio della fisica i giovani di quattordici - quindici anni dell'attuale biennio di scuola superiore, non ci si può esimere dall'operare scelte di contenuto e di metodo adeguate a un contesto epistemologico di questo tipo, perché essi possano acquisire realmente, e non solo formalmente, il linguaggio specifico della disciplina.

Spesso i libri di testo offrono percorsi concettualmente rigorosi (non tutti!), ma in termini puramente qualitativi, che gli studenti ripetono, anche con precisione, senza tuttavia possedere le ragioni delle loro affermazioni; oppure presentano i risultati delle teorie fisiche sintetizzandoli in formule che gli studenti imparano a manipolare quasi come «scatole nere»: si inseriscono i numeri al posto delle lettere e si ottiene un risultato, non importa quale.

Il matematico Ennio De Giorgi, nella seduta solenne di apertura dell'anno accademico 89/90, all'Accademia dei Lincei, tenne una relazione dal titolo *Rapporti tra matematica e altre forme del sapere umano* nella quale tra l'altro si legge:



¹Cfr.: M.E. Bergamaschini, *Il linguaggio della fisica: percorsi introduttivi*, in: AA.VV., *L'apprendimento della fisica come reinvenzione guidata*, Ce.se.d., Milano 1996.



Il teatro delle ombre

«PENSIAMO DI AVERE UN GRANDE PIAZZALE IN CUI È INNALZATA UN'ASTA MOLTO ALTA E VI È PURE UN PALETTO VERTICALE POCO PIÙ ALTO DI UN METRO E PENSIAMO DI DOVER MISURARE CON UN NORMALE METRO DA SARTA L'ALTEZZA DELL'ASTA. UNA PERSONA DEL TUTTO DIGIUNA DI MATEMATICA PENSA CHE SIA NECESSARIO ARRAMPICARSI FINO ALLA CIMA DELL'ASTA: IN REALTÀ VOLENDO TROVARE L'ALTEZZA DELL'ASTA SENZA SALIRE COSÌ IN ALTO BASTA MISURARE L'ALTEZZA DEL PALETTO, LA LUNGHEZZA DELL'OMBRA DEL PALETTO IN UNA DATA ORA DEL GIORNO E LA LUNGHEZZA DELL'OMBRA DELL'ASTA ALLA STESSA ORA. È CHIARO CHE IL RAPPORTO TRA L'ALTEZZA DELL'ASTA E QUELLA DEL PALETTO SARÀ UGUALE AL RAPPORTO TRA LE LUNGHEZZE DELLE DUE OMBRE. [...] QUESTO PROBLEMA MOLTO SEMPLICE RAPPRESENTA UN CASO PARTICOLARE DI UN'AMPIA CLASSE DI PROBLEMI CHE POTREMMO RIASSUMERE CON LE PAROLE SEGUENTI: TROVARE L'ALTEZZA O LA DISTANZA DI OGGETTI INACCESSIBILI O DIFFICILMENTE ACCESSIBILI MEDIANTE MISURE ESEGUITE SU OGGETTI FACILMENTE ACCESSIBILI. IL DESIDERIO DI RISOLVERE QUESTI PROBLEMI HA FORTEMENTE CONTRIBUTITO ALLO SVILUPPO DELLA GEOMETRIA E DELLA TRIGONOMETRIA E ALLO SVILUPPO PARALLELO DEGLI STRUMENTI OTTICI, CHE HANNO RESO POSSIBILE LA SOLUZIONE DI PROBLEMI ASSAI PIÙ DIFFICILI COME IL CALCOLO DELLA DISTANZA TRA LA TERRA E I DIVERSI PIANETI. [...] VEDIAMO CHE DA UNA PARTE I PROBLEMI DELLA FISICA [...] COSTITUISCONO SPESSO IL PUNTO DI PARTENZA PER LA RIFLESSIONE MATEMATICA, DALL'ALTRA LA MATEMATICA, PUR NON ESSENDO IN GRADO DI DARCI DA SOLA INFORMAZIONI SULLA REALTÀ FISICA IN ASSENZA DI OGNI DATO SPERIMENTALE, CONSENTE DI TRARRE CONSEGUENZE ASSAI AMPIE DA UN COMPLESSO DI DATI APPARENTEMENTE POVERO. INOLTRE LA PROPOSTA DI UN MODELLO MATEMATICO DI DETERMINATI FENOMENI FISICI PUÒ ESSERE IL PUNTO DI PARTENZA PER LA STESSA PROGRAMMAZIONE DI NUOVI ESPERIMENTI E LA COSTRUZIONE DEGLI STRUMENTI DI OSSERVAZIONI.»

In questo breve testo di un autore così autorevole è possibile riconoscere l'indicazione di una strada semplice e quindi adeguata all'età e alle conoscenze degli alunni del primo biennio; andare infatti alla genesi di una forma di sapere e ripercorrerne tappe concettuali e metodi garantisce adeguatezza pedagogica, nel rispetto degli aspetti più profondi della disciplina, così come possono essere riconosciuti in una rilettura critica dall'oggi.

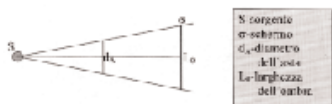
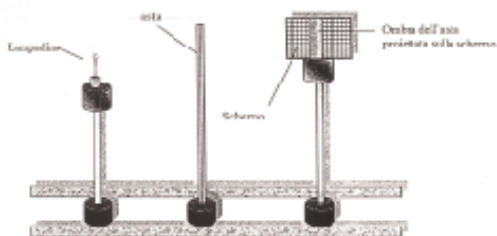
La geometria può dunque diventare la via perché gli alunni dei primi anni del liceo facciano esperienza della struttura matematica del sapere fisico. Si tratta di scegliere contenuti opportuni, quali quelli indicati dallo stesso De Giorgi.

Da diversi anni, dovendo iniziare l'insegnamento della fisica in una classe seconda di liceo scientifico, la mia scelta cade sul fenomeno - luce, interpretato secondo la modellizzazione dell'ottica geometrica.

La luce, un fenomeno di propagazione

La percezione che si ha del fenomeno luminoso è di una realtà complessa che, per essere capita, richiede l'individuazione di comportamenti semplici; si tratta cioè di operare una semplificazione del fenomeno per poterlo interpretare sulla base di una modellizzazione approssimata. Si può incominciare questo percorso didattico mettendo in comune le conoscenze empiriche che gli alunni hanno, guidandoli con domande del tipo: come si propaga la luce? in quali mezzi? per arrivare a costruire un terreno comune di dati, condivisi da tutti, sulla base dei quali individuare alla fine i due pilastri del modello matematico che si vuole utilizzare: dall'uso empirico del termine «raggio di luce» al suo significato geometrico, fino al concetto di «propagazione rettilinea» in mezzi diversi con diverse velocità.

La propagazione rettilinea può essere riconosciuta come la base, a volte data per scontata, dell'attività grafica che gli studenti svolgono nelle ore di «disegno», studiando l'ombra di un oggetto nelle due diverse situazioni, quella della sorgente puntiforme da cui emergono i



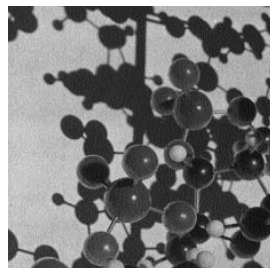
Disegni tratti dalla relazione di uno studente.
Sopra visione laterale, sotto visione dall'alto.

proiettata sullo schermo, da confrontare poi con le misurazioni effettuate: sullo sfondo di questo semplice lavoro vi è il concetto di similitudine (dei triangoli in particolare), concetto elementare ma fondamentale della geometria euclidea.

L'analisi grafica dei risultati sperimentali con la rappresentazione delle misure della larghezza dell'ombra in funzione della distanza schermo-sorgente, permette inoltre di introdurre il concetto di dipendenza funzionale, insito in ogni formula della fisica; l'aver costruito il grafico con le misure effettuate costringe a capire il significato di termini come

raggi luminosi che divergendo colpiscono l'oggetto e quella della sorgente a distanza molto grande (per esempio il sole), da cui proviene un fascio di raggi paralleli.

Il primo caso può essere oggetto di studio in laboratorio con un semplicissimo apparato: una lampadina, un'asta rigida, uno schermo opaco. La riproduzione in scala su carta millimetrata della situazione reale permette di fare previsioni sulla dimensione dell'ombra



variabile, indipendente e dipendente, proporzionalità diretta tra due variabili e costante di proporzionalità, evitandone un uso meccanico e spesso casuale. Al tempo stesso risulta inevitabile incominciare a riflettere, da un lato sulla necessità di semplificare il fenomeno per riprodurlo in laboratorio, o dall'altro sull'approssimazione dei risultati delle misurazioni (si potrà avviare lo studio quantitativo degli errori).

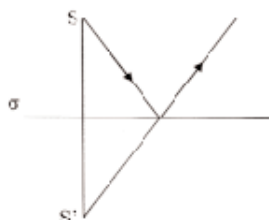
Alla fine dell'intero percorso dentro l'ottica geometrica è interessante realizzare un esperimento che utilizza una fenditura di piccola larghezza o un ostacolo di piccole dimensioni, illuminati da luce laser coerente e monocromatica. Gli studenti sono posti di fronte a un fatto, la figura di diffrazione, sicuramente inaspettato perchè non esperibile attraverso l'osservazione empirica; in questo modo il modello dell'ottica geometrica, fondato sulla propagazione rettilinea, mostra i suoi limiti per cui lo studio della luce non si chiude su una teoria acquisita, ma su una nuova domanda che apre a un necessario approfondimento successivo.

Interpretare e spiegare

Lo studio della luce porta a individuare i fenomeni semplici della riflessione e della rifrazione con le relative leggi.

$\frac{\overline{PS}}{\overline{OA}} = \sin \beta$ $\frac{\overline{QL}}{\overline{OA}} = \sin \alpha$		<p>Se $\beta = i$ e $\alpha = r$, con i angolo di incidenza e con r angolo di rifrazione, la legge di rifrazione si può scrivere:</p> $\frac{\overline{PS}}{\overline{QL}} = \text{costante} = \frac{\sin i}{\sin r}$ <p>L'uso della «macchinetta», con l'utilizzo del tasto <i>sin</i>, permette di calcolare il rapporto tra i segmenti con risparmio di tempo.</p>
--	--	---

L'interpretazione di fenomeni noti, ma più complessi, come i diversi tipi di miraggio o la formazione dell'immagine virtuale da specchi piani poggia sulla schematizzazione geometrica della situazione reale, con inoltre la possibilità di risolvere semplici problemi quantitativi, utilizzando le leggi dell'ottica, la rappresentazione in scala e il ragionamento di tipo geometrico.



σ -specchio piano
S-sorgente puntiforme
S'-immagine virtuale

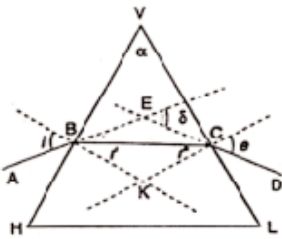
Specchio piano.

Si dimostra sulla base delle conoscenze di geometria che l'immagine di una sorgente puntiforme S data da uno specchio piano è il punto S' simmetrico di S rispetto al piano dello specchio.

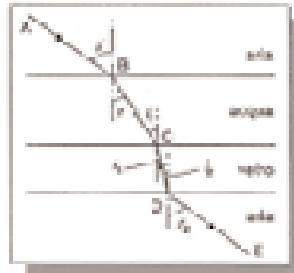
Prevedere

L'analisi geometrica del fenomeno di attraversamento da parte di un raggio di luce di due lastre a facce piane e parallele di diversi materiali trasparenti, con il caratteristico spostamento del raggio parallelamente a se stesso, permette di prevedere una proprietà dell'indice di rifrazione; se si assume come dato empirico che l'angolo di incidenza del raggio è uguale all'angolo di emergenza, si dimostra, con semplici ragionamenti geometrici e applicando la legge della rifrazione, che l'indice di rifrazione di un mezzo 2 rispetto a un mezzo 1 ($n_{1,2}$) è uguale al rapporto tra gli indici di rifrazione assoluti (n_2 / n_1) dei due mezzi.

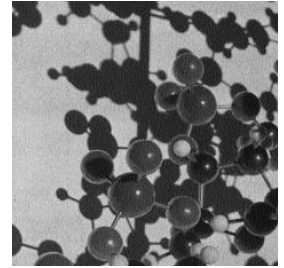
Anche lo studio della geometria di un prisma retto a base triangolare utilizzato per lo studio del fenomeno della dispersione di



Prisma retto a base triangolare per lo studio del fenomeno della dispersione.



Un raggio di luce attraversa due lastre a facce piane e parallele, di diversi mezzi trasparenti.



luce bianca, può portare alla previsione di una relazione semplice tra l'angolo di deviazione δ , l'indice di rifrazione assoluto del mezzo trasparente con cui è costruito il prisma e l'angolo di rifrangenza α .

Non riportiamo la dimostrazione sicuramente nota al lettore, ma ne vogliamo commentare la struttura. Tenendo presente la legge della rifrazione, prima nel passaggio dall'aria al mezzo e poi dal mezzo all'aria, si rappresenta il percorso del raggio attraverso il prisma e si individuano gli angoli di incidenza i e di emergenza e ; con soli ragionamenti geometrici si giunge alla relazione:

$$\delta = i + e - \alpha.$$

Utilizzando di nuovo le leggi fisiche, nell'approssimazione degli angoli molto piccoli ($< 20^\circ$), si perviene alla relazione:

$$\delta = (n-1) \alpha.$$

È utile osservare che l'approssimazione cui si fa riferimento è quella per cui il seno di un angolo minore di 20° è espresso da un numero che tende a uguagliare, per angoli sempre più piccoli, il numero che esprime la misura dell'angolo in radianti. Non è diffici-

le per gli alunni constatare, attraverso il disegno del cerchio trigonometrico, che, scelto il raggio come unità di misura dell'arco sotteso all'angolo al centro in esame, la misura non può dipendere dal cerchio scelto; in secondo luogo, considerando alcuni angoli minori di 20° , scelti in ordine decrescente, si esprimono in radianti facendo uso della «macchinetta» (così spesso usata senza una reale ragione di utilità!) e sempre con la «macchinetta» si constata che il numero che esprime il seno degli angoli tende, cifra per cifra, a coincidere con il numero che asprime appunto l'angolo, via via che i valori decrescono. La possibilità di dimostrare rigorosamente questa proprietà è ancora lontana nel tempo, tuttavia in questo modo gli alunni possono utilizzarla con ragioni adeguate al loro bagaglio di conoscenze.

Gli strumenti: oggetti teorici

La conclusione dello studio dell'ottica geometrica non può non essere rivolta agli strumenti galileiani, microscopio e telescopio, per il loro valore storico, in quanto essi sono i primi strumenti scientifici: non utensili come gli occhiali degli artigiani olandesi, che contendono a Galileo il primato dell'invenzione, che avvicinano gli oggetti migliorandone la visione, ma oggetti tecnici, da un lato progettati sulla base di un procedimento teorico e dall'altro usati consapevolmente come protesi dei sensi (la vista per esempio) per generare nuove conoscenze.²

A comprendere la loro struttura e il loro funzionamento si giunge attraverso il modello di lente sottile e le sue proprietà fisiche e geometriche.

Ancora il disegno e la geometria possono permettere all'alunno di rendere ragione della formula dei punti coniugati, che può in un secondo momento essere verificata in laboratorio.



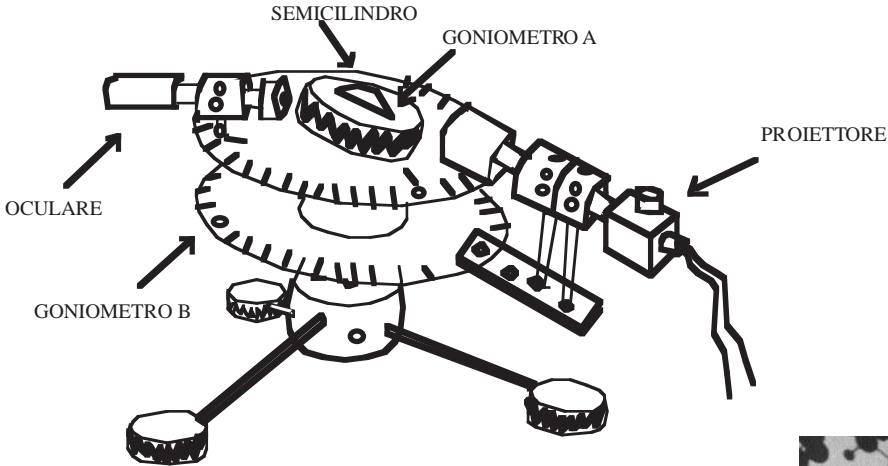
Telescopi di tipo galileiano

La struttura geometrica di un esperimento

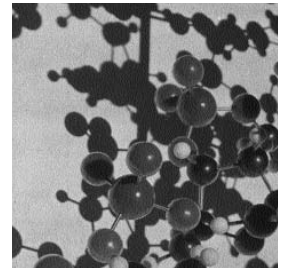
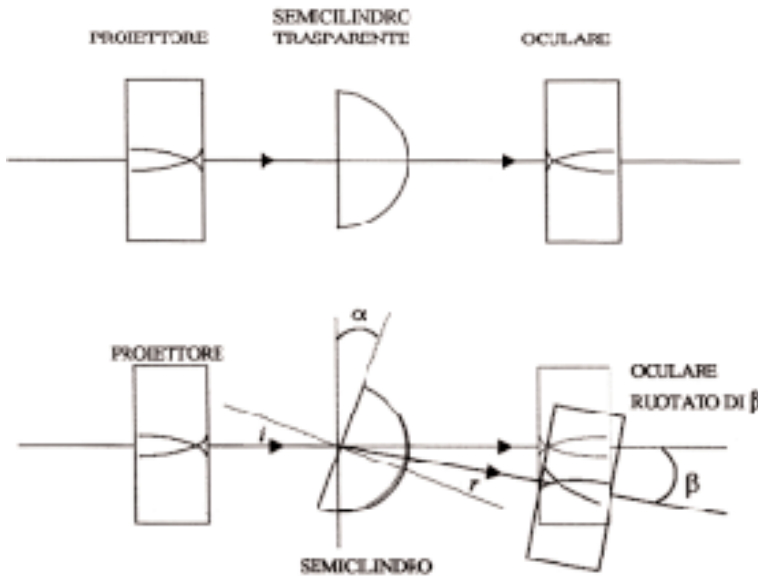
La legge di rifrazione può essere verificata in laboratorio con metodo indiretto. Le verifiche dirette delle leggi fisiche sono molto rare e non sempre interessanti; più diffusa è la verifica sulle previsioni. L'impostazione si basa sulla logica: «se la legge in esame è valida, allora...»; le previsioni si ricavano dalla legge con procedimento ipotetico-deduttivo, che può essere di tipo geometrico.

Si utilizza, per esempio, un apparecchiatura come quella riportata nella figura alla pagina seguente, tratta dalla relazione di un alunno.

Gli angoli misurabili con i goniometri A e B sono l'angolo di rotazione α del semicilindro trasparente e l'angolo β di cui si



La situazione vista dall'alto è schematizzabile come segue:



²G. Galilei, *Il Saggiatore*, a cura di L. Sosio, Feltrinelli, Milano 1965, p. 86.

Si dimostra per via geometrica che l'angolo di incidenza i è uguale all'angolo α di rotazione del semicilindro e che l'angolo di rifrazione r è determinabile come differenza degli angoli di rotazione α e β rispettivamente del semicilindro e dell'oculare.

deve ruotare l'oculare per raccogliere il raggio rifratto; da essi, ragionando sulla geometria dell'apparato, si ricava che l'angolo di incidenza del raggio è uguale all'angolo di rotazione del semicilindro ($i = \alpha$) e che l'angolo di rifrazione è determinabile come differenza degli angoli di rotazione rispettivamente del semicilindro e dell'oculare ($r = \alpha - \beta$).

L'elaborazione grafica dei risultati sperimentali con la rappresentazione di $\sin r$ in funzione di $\sin i$, permette in primo luogo di veri-

ficare la relazione di proporzionalità diretta tra le due variabili in oggetto e in secondo luogo può far acquisire nuovi dati significativi come l'indice di rifrazione del materiale con cui è costruito il semicilindro. In generale la stesura della relazione, a conclusione del lavoro, perchè generi un incremento di consapevolezza critica di quanto appreso, deve essere l'occasione perchè lo studente ripercorra, con l'aiuto di un opportuno questionario, non solo le tappe della realizzazione dell'esperimento, ma al tempo stesso lo sviluppo concettuale: il passaggio dal linguaggio specifico al linguaggio ordinario, spesso difficoltoso per gli alunni, è sicuramente un momento importante nell'iter formativo, perchè favorisce la personalizzazione dello studio.

Una metafora per concludere

Quando giungo alla fine di questo percorso con i miei giovanissimi studenti, mi ritrovo sempre più convinta che qualunque sia l'età di un alunno, gli si deve offrire la possibilità di comprendere il senso di quanto studia, impegnandolo su contenuti adeguati, senza semplificazioni riduttive. E, milanese come sono, mi piace ricordare una lettura fatta non pochi anni fa, di cui ho trattenuto in particolare questa suggestiva metafora, oggi più che mai attuale, in un contesto di scuola sempre più permeato di rassegnato scetticismo: «MI VIENE IN MENTE L'ANGURIA DI QUANDO ERO RAGAZZO CHE, MESSA AL FRESCO NELL'ACQUA DEL SECCHIO, ERA IL PIÙ APPREZZATO CONTRIBUTO DELLA PROVVIDENZA ALLA LOTTA CONTRO LA CALURA E L'AFI DI UN'ESTATE PASSATA A MILANO, SULLE RINGHIERE DELLE NOSTRE VECCHIE CASE. PER CONVINCERCI DELLA QUALITÀ E DEL GRADO DI MATURAZIONE, IL VENDITORE TALVOLTA VI FACEVA UN TASSELLO: OGNI PUNTO DELL'ANGURIA ANDAVA BENE, PURCHÉ SI SCENDESSE IN PROFONDO. CHI SI DIVERTE A SCALFIRE LA PELLE, TRASCORRE TUTTA LA SUPERFICIE SENZA ARRIVARE MAI ALLA SOSTANZA; CHI AFFONDA IMPAVIDO IL COLTELLO, DA QUALUNQUE PARTE ABBIA DECISO DI COMINCIARE, RAGGIUNGE LA POLPA ROSSA E SUCCOSA.» (G. Biffi, *Contro maestro ciliegia*, Jaca Book, Milano 1977, p. 200).



Microscopio di tipo galileiano

v

INDICAZIONI BIBLIOGRAFICHE

- C.F. Manara, *Metodi della scienza dal Rinascimento ad oggi*, Vita e Pensiero, Milano 1975.
 F.T. Arecchi, I. Arecchi, *I simboli e la realtà*, Jaca Book, Milano 1990.
 G. Polya, *Metodi matematici per l'insegnamento delle scienze fisiche*, Zanichelli, Bologna 1984.
 A.B. Arons, *Guida all'insegnamento della fisica*, Zanichelli, Bologna 1992.
 G. Bonera, *Galileo oggi*, Università degli Studi di Pavia, Pavia 1995.