

CAOS E PREDICIBILITÀ

di Giulio Casati*

Il determinismo delle leggi fisiche pare realizzare lo scopo precipuo della scienza, quello di porre ordine e predicibilità nei fenomeni naturali. La complessità introduce però comportamenti caotici che richiedono approcci diversi di tipo statistico o globale: anche il caos rivela una forma di ordine. In questa prospettiva, la meccanica quantistica, dato il suo carattere essenzialmente statistico, rivela una potenzialità, ancora in parte inesplorata, di descrizione adeguata del reale complesso.

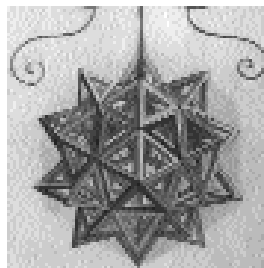
Nel linguaggio comune, il caos viene associato ad avvenimenti disordinati, incontrollati, che procedono in maniera confusa senza alcuna regola o logica apparenti: crolli in borsa, rivoluzioni, epidemie; l'opposto di quello che comunemente viene inteso come scienza, dalla quale ci si aspetta la capacità di mettere ordine e di predire, in maniera più o meno accurata, l'evolversi dei fenomeni naturali, ma anche di quelli economici, sociali e così via.

Questo atteggiamento ha radici profonde che risalgono agli albori del pensiero scientifico. L'uomo primitivo percepiva il mondo come totalmente disordinato. Successivamente, l'osservazione del moto ricorrente e regolare del cielo stellato, del sole e dei pianeti, così come l'avvicinarsi regolare delle stagioni, ha introdotto nell'uomo la nozione di predicibilità e ordine.

Lo sviluppo di questo concetto ha portato l'uomo a credere in un universo completamente ordinato e alla possibilità di predire eventi, prima considerati misteriosi o terrificanti, come l'apparire delle comete, le eclissi di sole, eccetera. Secondo Platone (V - IV sec. a.C.) un essere divino ha portato il cosmo dal disordine all'ordine e ha instaurato il regno delle forme e delle proporzioni geometriche. Il mondo è matematicamente ordinato ed è compito degli uomini di scienza scoprire le leggi che lo regolano.

Duemila anni più tardi, Keplero (Johannes Kepler, 1571 - 1630) scopre le leggi sul moto dei pianeti che permettono a Newton (Isaac Newton, 1642 - 1727) di fondare la meccanica classica che è alla base della scienza moderna.

Lo stesso Keplero afferma che: «la geometria fornì a Dio preventivamente un modello della creazione e fu inculcata negli uomini insieme alla immagine stessa di Dio.»



Giulio Casati è Prorettore dell'Università dell'Insubria (Como) e Direttore dell'*International Center for the study of dynamical systems*, centro universitario di ricerca nel campo dei sistemi complessi classici e quantistici. Nel gruppo operano diversi ricercatori del Dipartimento di Scienze dell'Università di Como. Il campo di interesse attuale è quello dei sistemi mesoscopici (nanotecnologie).

La grande sintesi operata da Newton implica che la dinamica che regge il moto dei corpi celesti così come quello degli altri corpi che ci circondano è esattamente deterministica: questo significa che passato e futuro sono determinati in maniera univoca dallo stato presente.

Di conseguenza, poco a poco, si è fatta strada la convinzione illuministica che l'uomo potesse essere in grado, almeno in linea di principio, di prevedere e magari controllare lo sviluppo degli eventi futuri.

«Datemi lo stato dell'Universo e io vi predirò il futuro.» diceva Laplace. Questa fiducia illuministica nella capacità dell'uomo, fondata sul determinismo, di predire sempre meglio l'evoluzione degli eventi, si è rafforzata nei secoli successivi, che sono stati testimoni di entusiasmantissime conquiste scientifiche: il trionfo della meccanica, la scoperta dell'elettromagnetismo e l'avvento della relatività e della meccanica quantistica.

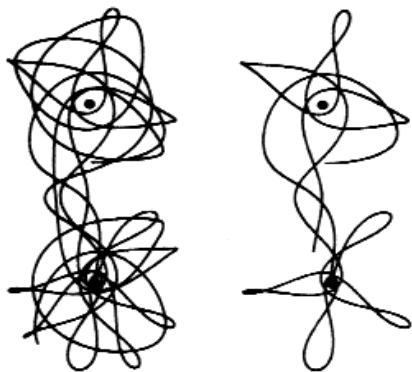
La crisi del determinismo di fronte alla complessità

Gli studi di questa seconda metà del secolo che si sta per chiudere, resi possibili anche dai moderni calcolatori elettronici, hanno messo in crisi questa visione ottimistica ed hanno minato alle fondamenta una certezza che durava da più di tre secoli. La scoperta principale è che regole o leggi perfettamente deterministiche possono produrre un moto completamente caotico e assolutamente imprevedibile. Questo fenomeno viene indicato come «caos deterministico» (si noti l'apparente contraddizione dei termini) e, secondo molti scienziati, rappresenta la terza grande rivoluzione scientifica di questo secolo, dopo la relatività e la meccanica quantistica.

La domanda che infatti si pone l'uomo di scienza è: possiamo predire il moto dei corpi (osservabili) macroscopici? Per esempio prevedere l'andamento delle correnti nelle acque di un lago, la variazione del flusso automobilistico, la variazione di temperatura, pressione, dell'aria in una stanza?

Quando, nel secolo scorso, si scoprì la composizione molecolare della materia si pensò alla possibilità di un grande progresso. Per esempio, poiché l'aria in una stanza è costituita da un grande numero di molecole e si conoscono le leggi a cui ciascuna molecola ubbidisce, allora, in linea di principio, deve essere possibile prevedere le proprietà fisiche dell'aria a partire dai costituenti microscopici molecolari.

Ma il programma può essere ancora più ambizioso: poiché anche gli organismi viventi sono composti da un



La complessità del moto di tre corpi: una particella di polvere orbita attorno a due pianeti fissi di massa uguale

grande numero di costituenti elementari, si può sperare di comprendere quel meraviglioso fenomeno che è la vita stessa.

Tuttavia, lungo questa strada si incontra un ostacolo praticamente insormontabile: il numero di molecole che compongono i corpi macroscopici è enorme e non è pensabile di calcolare il moto di ciascuna molecola. Questa fu la difficoltà principale di fronte alla quale si trovarono i padri fondatori della meccanica statistica. Per superarla, Boltzmann (Ludwig Boltzmann, 1844 - 1906) introdusse la famosa «ipotesi ergodica», secondo la quale il sistema, durante la sua evoluzione, passa per tutti gli stati compatibili con la conservazione dell'energia totale. La teoria ebbe successo e le previsioni teoriche ottennero verifica sperimentale. I fisici si convinsero perciò della bontà di questa ipotesi e su questa base venne fondata la meccanica statistica.

Agli inizi del Novecento però, alcune osservazioni sperimentali come la misura dei calori specifici dei corpi, lo spettro del corpo nero, eccetera, risultano inspiegabilmente in disaccordo con la teoria.

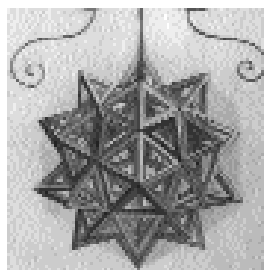
Avviene a questo punto un fatto curioso e interessante: invece di rivedere i postulati sui quali si reggeva la meccanica statistica classica, si preferisce introdurre una nuova teoria, la meccanica quantistica, che implica anche profondi cambiamenti concettuali e filosofici. Essa non solo è in grado di spiegare i risultati sperimentali, ma porta a una serie di nuove importantissime previsioni.

L'attenzione dei ricercatori si concentra quasi esclusivamente sulla meccanica quantistica, che vive perciò uno sviluppo formidabile e fa passare in secondo piano la meccanica classica. Gli enormi problemi ad essa legati vengono lasciati aperti, irrisolti.

Ci sono delle eccezioni: il grande filosofo e matematico Henry Poincaré agli inizi del secolo, il fisico italiano Fermi (Enrico Fermi, 1901 - 1954), grandi matematici russi come Andrey Nikolaevich Kolmogorov (1903 - 1987). Essi hanno riesaminato a fondo la meccanica classica, scoprendo che le ipotesi fatte non erano valide e ponendo le basi della moderna teoria dei sistemi dinamici, la cosiddetta scienza della complessità o del caos deterministico.

È interessante ricordare che il primo e l'ultimo lavoro di Fermi riguardano i fondamenti della meccanica statistica. In particolare, appena ha avuto a disposizione il primo calcolatore Fermi ha studiato numericamente un modello allo scopo di controllare se l'ipotesi ergodica di Boltzmann fosse valida. Questo lavoro ha avuto una influenza fondamentale nello studio dei sistemi dinamici.

Un ruolo essenziale è stato giocato dai calcolatori elettronici che, attraverso la soluzione numerica di modelli opportuni, hanno permesso di controllare la validità delle ipotesi e hanno costituito un indispensabile ausilio per la costruzione della nuova teoria.



Il caos deterministico

Che cosa è esattamente il caos deterministico? Come può coesistere con l'ordine imposto dalle leggi? Che possibilità esiste di studiare eventi che sono completamente casuali? Quale può essere l'importanza o l'interesse di tali studi?

L'apparente contraddizione nasce dalle barriere psicologiche dovute a secoli di tradizione che ha considerato i due concetti di determinismo e caos come contrapposti.

La base scientifica per predire il futuro è racchiusa nella nozione di determinismo. Un sistema è deterministico se il suo stato futuro è univocamente determinato dal suo stato presente. Le leggi della dinamica, come l'equazione di Newton $F = ma$, sono equazioni differenziali, o «regole», che permettono di determinare univocamente il futuro una volta assegnato lo stato iniziale. Il futuro è determinato una volta che si è trovata la soluzione dell'equazione. Così, per esempio, attraverso la soluzione delle equazioni della dinamica, si può pensare di conoscere l'orbita di un satellite, il giorno e l'ora della prossima eclissi di luna, eccetera.

Un'osservazione importante, anche se può apparire banale, è che il fatto che il futuro di un sistema sia determinato in modo univoco dal suo stato presente non significa che noi siamo effettivamente in grado di determinarlo. Le equazioni della dinamica possono non essere «risolubili», ovvero lo stato iniziale può non essere misurabile. Questo traduce in linguaggio matematico il fatto ben noto che il futuro della maggior parte dei sistemi è difficile da predire. Può stupire qualcuno il fatto che non sappiamo risolvere il problema dei tre corpi. Può apparire quasi scandaloso che, a distanza di tre secoli dalla formulazione delle equazioni di Newton, non sappiamo ancora se il nostro sistema solare è stabile e se la Terra continuerà a girare attorno al Sole oppure andrà a cadervi sopra, o altro. Siamo, è vero, in grado di prevedere in modo approssimato l'orbita di un satellite e di seguirne la posizione istante per istante grazie ai moderni calcolatori elettronici, ma non siamo in grado di ottenere la soluzione esatta dell'equazione che descrive la sua orbita e quindi fare previsioni per tempi arbitrariamente lunghi.

In effetti, una delle maggiori conquiste della dinamica moderna è l'aver compreso che sistemi anche apparentemente molto semplici possono avere soluzioni talmente complicate da apparire del tutto casuali e pertanto estremamente difficili da prevedere.

Il primo a rilevare questo fatto fu il grande matematico e filosofo Henry Poincaré nei suoi studi di meccanica celeste.

Egli mostrò che il problema dei tre corpi non è integrabile, cioè non risolubile, e che la teoria classica delle perturbazioni, sulla quale si erano basati grandi scienziati come Lagrange (Giuseppe Luigi

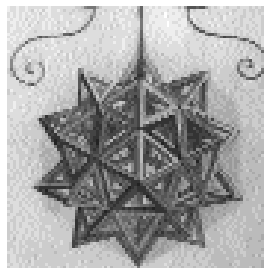


Henry Poincaré (1854 - 1912)

Lagrange, 1736 - 1813), Laplace (Pierre Simon de Laplace, 1749 - 1827) e Poisson (Simeon Denis Poisson, 1781 - 1840), dà una soluzione che diverge a tempi lunghi e pertanto essa ha validità solo su tempi finiti.

Il lavoro di Poincaré (1887) diede la prima indicazione teorica dell'esistenza del caos deterministico. Per questo lo scienziato ricevette un premio dal re di Svezia Oscar II.

In anni recenti si è scoperto il caos nel sistema solare. Più precisamente, si è mostrato che l'obliquità dei pianeti (l'angolo tra l'asse di rotazione e la normale all'orbita) può essere estremamente caotica. Questo fatto influisce in modo cruciale sul clima dei pianeti e sulle epoche glaciali poiché determina in maniera diretta il potere di irradiazione solare alle varie latitudini geografiche. Per quanto riguarda la terra, la luna stabilizza le variazioni dell'obliquità del pianeta e rende il nostro clima molto stabile per periodi lunghi dell'ordine di milioni di anni; questa è probabilmente una condizione essenziale per la presenza di uno stadio avanzato di vita sul nostro pianeta. Ne segue anche che la possibilità di scoprire vita intelligente su altri sistemi planetari può essere minore di quella che si pensava fino ad ora.



Il determinismo può generare il caos

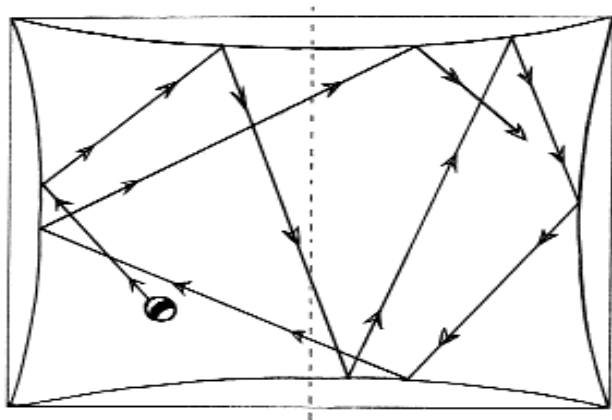
Vediamo, con l'aiuto di un esempio molto semplice, come è possibile che leggi deterministiche diano origine a un moto completamente caotico.

Consideriamo un biliardo i cui bordi siano archi di cerchio. Una pallina si muove liberamente nel biliardo in linea retta e urta elasticamente contro i bordi.

È evidente che il moto della pallina è rigorosamente determinato: una volta assegnata la velocità e la posizione iniziale, il suo futuro esiste ed è unico e quindi rigorosamente determinato.

Per quel che ci riguarda, il futuro della pallina è completamente casuale: non siamo in grado di prevederlo, allo stesso modo come non siamo in grado di prevedere la sequenza futura dei numeri della *roulette*.

Infatti, cominciamo con l'osservare che noi possiamo misurare la posizione della pallina solo con precisione finita (non infinita). Per comodità di ragionamento, e senza perdita di generalità,



Traiettorie di una palla su un tavolo da biliardo i cui bordi sono archi di cerchio; ad essa si fa corrispondere la sequenza 00111101.....



Bernie cerca di prevedere la traiettoria della palla da biliardo

supponiamo allora di poter osservare se l'urto della pallina con i bordi avviene nella metà di sinistra o nella metà di destra del biliardo. Scriviamo il simbolo zero se l'urto avviene nella metà di sinistra e uno se avviene nella metà di destra. In questo modo possiamo associare a ogni traiettoria della pallina una sequenza di 0 e 1

001111011011011101 (1)

Abbiamo così costruito la dinamica simbolica del sistema. Esiste un teorema matematico il quale afferma che la sequenza (1) ha complessità algoritmica positiva. Questo significa che il programma più breve per riprodurre n simboli (0 o 1) della sequenza è lungo come n : l'informazione contenuta nella sequenza non si può comprimere; cioè la sequenza è completamente a caso.

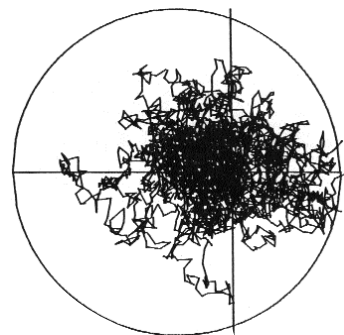
In sostanza, per quanto riguarda il nostro biliardo, pur conoscendo le leggi alle quali ubbidisce, rigorosamente deterministiche, l'osservazione della storia passata del sistema in termini della dinamica simbolica (1), che è quella a noi accessibile, non ci permette di conoscere il futuro; non siamo cioè in grado di predire se il prossimo simbolo sarà 0 o 1. Per noi il futuro risulta completamente a caso pur essendo, in linea di principio, completamente determinato.

Questo rappresenta pertanto un esempio di sistema estremamente semplice che ubbidisce a leggi semplicissime, ma la cui soluzione è estremamente complicata: talmente complicata da essere indistinguibile da un moto completamente casuale e quindi imprevedibile. Questo è un fatto di grande importanza. Nel passato si è sempre pensato che leggi semplici dovessero dar luogo a comportamenti semplici e che fenomeni complessi dovessero essere regolati da leggi complicate.

Ora sappiamo che questo non è vero!

Instabilità microscopica e stabilità macroscopica

Lo studio del caos ci ha portato a capire che la fiducia illimitata nella capacità umana di predire il futuro non è giustificata: arrivato alle soglie del terzo millennio, l'uomo si è accorto che leggi deterministiche possono dare luogo a un'evoluzione caotica, imprevedibile. Possiamo certamente chiederci quanto sia in realtà importante l'essere riusciti a prendere coscienza di questa forte limitazione della nostra capacità di predire il futuro. Per esempio, gli uragani, i crolli in borsa, gli attacchi cardiaci, i terremoti, sono eventi al di fuori del nostro controllo e ciò è abbastanza spiacevo-



Simulazione col metodo Monte Carlo di un sistema dinamico bidimensionale lineare soggetto a piccole eccitazioni casuali

le. Ma quali implicazioni concrete può avere lo studio del caos? In altri termini, a quale utilità può portare il sapere che il comportamento della gran parte dei sistemi deterministici è in realtà così complicato da apparire completamente caotico e che quindi essi si sottraggono alla nostra capacità di previsione?

Una caratteristica essenziale di questi sistemi è l'instabilità dinamica esponenziale: la distanza tra due orbite, inizialmente vicine, cresce esponenzialmente con il tempo. Questo significa che una pur piccolissima perturbazione porta rapidamente a soluzioni completamente diverse. Per esempio, è stato calcolato che la forza gravitazionale prodotta da un elettrone posto all'altra estremità dell'universo è in grado di cambiare completamente la traiettoria di una molecola del gas nella nostra stanza, dopo che essa ha subito solo 50 collisioni con le altre molecole.

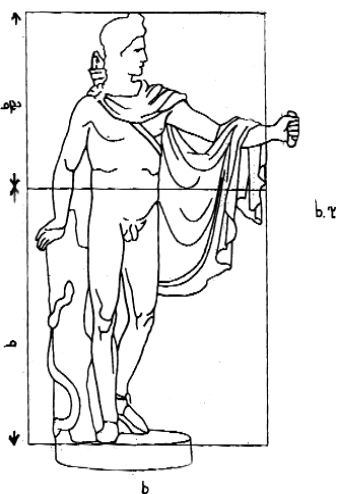
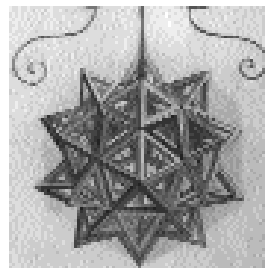
L'instabilità dinamica dei sistemi caotici è importante. Proprio questa proprietà determina la stabilità macroscopica e quindi la possibilità di fare previsioni.

Infatti, a noi interessa il comportamento macroscopico osservabile e non il comportamento microscopico. In altre parole, non ci interessa, per esempio, conoscere esattamente il numero di un certo tipo di parassiti o il numero esatto di persone che hanno contratto una certa malattia. Ci interessa invece sapere in quali condizioni una popolazione si estingue, una malattia scompare, oppure raggiunge un ciclo stazionario o evolve in modo completamente casuale. La conoscenza di questo fatto è spesso molto più importante della conoscenza esatta della evoluzione futura. Infatti, è sui parametri esterni di un sistema che eventualmente noi possiamo agire, ed è importante sapere, per esempio, come dobbiamo regolare questi parametri per evitare l'insorgere del caos. È proprio questo che la scienza della complessità cerca di prevedere.

Ora, i comportamenti delle osservabili macroscopiche sono stabili rispetto a variazioni di parametri esterni proprio perché il caos è strutturalmente stabile: se si perturba un sistema caotico esso rimane caotico. Questa è una circostanza fortunata: se invece i sistemi fossero ordinati o integrabili, allora sarebbe impossibile fare previsioni in quanto una perturbazione esterna comunque piccola porterebbe a comportamenti macroscopici completamente imprevedibili.

Un fatto interessante e forse curioso è che il passaggio dall'ordine al caos è regolato da proprietà universali ed è in particolare associato ai numeri che Platone aveva condannato come irrazionali.

Tra questi, il ruolo principale è assunto dal numero più «irrazionale» di tutti ($\tau = [1 + \sqrt{5}] / 2$) che corrisponde alla sezione aurea, già nota agli architetti e scultori greci.



Apollo del Belvedere

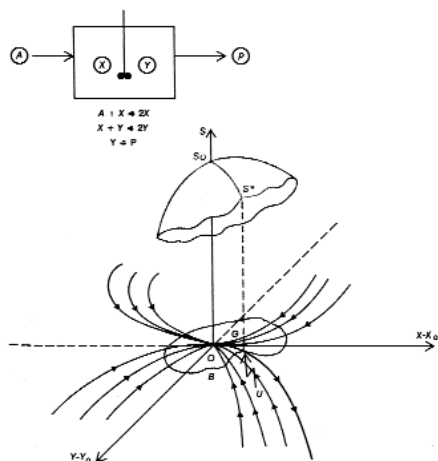
Lo studio dei fenomeni complessi ha anche riabilitato le forme geometriche complesse che vanno sotto il nome di frattali. Considerati fino a tempi molto recenti come forme patologiche e bizzarre, essi hanno assunto un ruolo fondamentale in svariate discipline e in particolare nei sistemi dissipativi nei quali il caos può avere un comportamento ancora più ricco e, in alcune circostanze, dare origine a strutture su larga scala.

Le leggi del comportamento caotico

Un fatto importante, al quale abbiamo già accennato, è che il comportamento complesso e caotico può essere determinato da leggi semplici. Ciò consente ora di comprendere sistemi molto complessi che una volta ritenevamo inspiegabili.

Mi riferisco, per esempio, a problemi biologici. La possibilità di avere una teoria dell'ordine biologico è legata all'esistenza di proprietà biologiche chiave dei sistemi viventi che non dipendono dai dettagli. È possibile che esistano leggi belle e profonde che governano l'evoluzione della vita. Molta parte dell'ordine esistente negli organismi può non essere conseguenza della selezione naturale, ma ordine spontaneo ed autoorganizzazione.

Estremamente significativa è anche la forma universale di alcuni comportamenti conseguenza della non linearità delle leggi e non della tipologia del sistema o della particolare interazione, sia essa gravitazionale, elettromagnetica, nucleare o altro. Questo conferisce un valore interdisciplinare ai risultati e ha prodotto una rivoluzione di grande portata.



Schema della reazione chimica di Lotka, modello per fenomeni oscillatori che possono verificarsi negli ecosistemi

Spesso è accaduto, nella storia del pensiero scientifico, che una scoperta relativa a un campo molto astratto e apparentemente lontano dalla realtà abbia avuto successivamente sviluppi e applicazioni pratiche assolutamente impensabili.

Ciò vale in modo particolare per lo studio del caos e, più in generale, dei sistemi complessi. La natura essenzialmente interdisciplinare di questi studi spiega l'estrema velocità con la quale hanno interessato tutto lo scibile. Un numero sempre più alto di ricercatori è coinvolto in essi: i matematici che studiano i sistemi di equazioni differenziali non lineari, gli astronomi che studiano la meccanica celeste, i chimici che analizzano le reazioni unimolecolari, i biologi interessati ai modelli non lineari di reazioni biochimiche o ai modelli di dinamica di popolazione, i fisici impegnati nella meccanica statistica, nella ricerca con gli acceleratori di particelle, nella fusione termonucleare e nella teoria

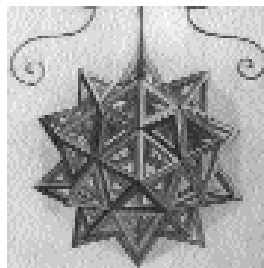
delle particelle elementari; e ancora gli ingegneri aeronautici, elettrotecnici e meccanici interessati ai problemi di oscillazione, vibrazione o turbolenza in sistemi diversi, che vanno dalla progettazione di aerei ad alta prestazione ai sistemi di estrazione del petrolio, gli economisti, i medici, i neurologi e così via.

Per esempio, in medicina è stato dimostrato che la presenza di fluttuazioni disordinate, una volta attribuita a situazioni patologiche, è associata a uno stato fisiologico normale.

Confrontando gli elettrocardiogrammi di soggetti normali e di soggetti malati di cuore, si è osservato che i primi presentano irregolarità su scale che vanno da qualche secondo a qualche giorno, mentre quelli dei pazienti malati presentano uno spettro molto più piatto. Si è osservato anche che alcuni malati gravi hanno dei battiti molto regolari prima di morire: in questo caso il cuore perde la capacità di adattarsi all'attività dell'organismo e perciò presenta un ritmo estremamente periodico e regolare. Esempi analoghi includono alcuni tipi di leucemia e disordini maniaco-depressivi.

Di recente la teoria del caos è stata applicata a modelli economici realistici e, motivati da questi studi, gli economisti hanno sviluppato nuovi e potenti test per analizzare serie temporali di dati.

Queste brevi considerazioni consentono di intuire che una delle caratteristiche dello studio dei fenomeni caotici è l'enorme potenzialità di unificazione culturale in cui tutta la «filosofia naturale» e le discipline economiche, umanistiche, politiche e sociali sono coinvolte.



Meccanica quantistica e caos

Le considerazioni svolte riguardano l'insorgere del comportamento caotico nel mondo degli oggetti cosiddetti «classici», ovvero degli oggetti e dei fenomeni macroscopici.

Tuttavia, secondo la visione attuale, le leggi «vere» della fisica sono quelle della meccanica quantistica, mentre la meccanica classica fornisce solo una descrizione approssimata, valida per gli oggetti macroscopici.

Occorre pertanto comprendere fino a che punto i risultati ottenuti per le leggi classiche si estendono fino a livello microscopico, nel dominio della fisica atomica e molecolare.

In un certo senso, poiché le «vere» leggi sono quelle della meccanica quantistica, noi dobbiamo ripercorrere da capo il cammino compiuto relativamente alla meccanica classica. Per esempio, il caos deterministico si manifesta anche a livello della meccanica quantistica?

È probabilmente superfluo sottolineare l'importanza di questo problema: il grande balzo in avanti che la meccanica quantisti-

ca ha fatto compiere alla scienza e alla tecnologia è sotto i nostri occhi ed è pertanto essenziale, oltre che affascinante, cercare di predire il futuro degli eventi nel mondo microscopico. A questo proposito è interessante osservare che la meccanica quantistica è una teoria intrinsecamente probabilistica. Cioè, una volta assegnato lo stato di un sistema al tempo t mediante una «funzione di stato» $f(t)$ noi siamo in grado di fare affermazioni solamente sulla probabilità che, eseguendo una misura su una data grandezza, si ottenga un determinato valore.

Diverso è tuttavia il discorso relativo alla previsione della evoluzione futura. Infatti, anche in meccanica quantistica lo stato $f(t)$ del sistema al tempo t è determinato univocamente dallo stato iniziale $f(0)$.

Problema: siamo in grado, date le leggi del moto e assegnato lo stato iniziale $f(0)$, di predire l'evoluzione futura $f(t)$?

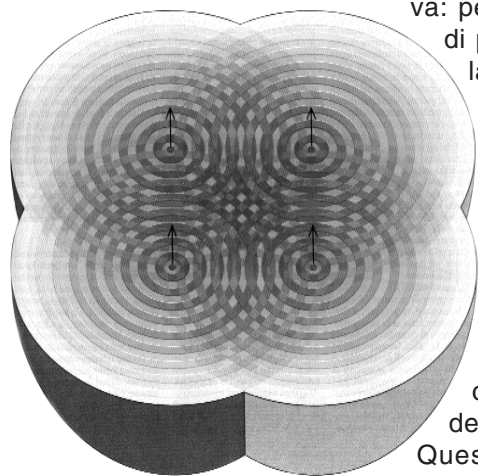
Il fatto straordinario e inaspettato è che, a differenza della meccanica classica, la risposta a questa domanda è positiva: per i sistemi quantistici è possibile, almeno in linea di principio, risolvere le equazioni del moto e predire lo stato futuro $f(t)$.

Pertanto, il quadro che si va delineando è diametralmente opposto a quello che si aveva in precedenza: la meccanica classica è sempre stata considerata come una teoria deterministica; ora abbiamo visto che, a causa dell'insorgere del moto caotico, essa porta a un comportamento statistico.

D'altro lato, la meccanica quantistica è intrinsecamente probabilistica; tuttavia, grazie al suo carattere di stabilità, risulta essere più predicibile della meccanica classica.

Questo affascinante tema costituisce oggi uno degli argomenti di ricerca in più rapido sviluppo.

E ci pone una domanda che ha profonde implicazioni teoriche: se la meccanica quantistica è la vera meccanica di questo mondo, esiste o meno il caos nell'universo?



Vetro di spin
Può avere origine dall'interazione di atomi con elettroni di conduzione

**Ordinario di Istituzioni di Fisica Teorica
Università degli Studi dell' Insubria, Como*

«La vera logica di questo mondo è il calcolo delle probabilità.» (H. Poincaré)