EMMECI quadro
Scienza Educazione E Didattica

n. 72
giugno 2019

Tic Tac Tic Tac:
ALL'INSEGUIMENTO DELLA PALLINA SFUGGENTE

di Alessia Casella, Cecilia Lucarini, Veronica Mura,
*Fabiola Pauletti, Aurora Vettorato **

È possibile insegnare fisica nei licei umanistici coniugando le dimensioni conoscitiva, storica e sperimentale caratteristiche di questa forma di sapere.
Cinque studentesse del Liceo Linguistico "Carlo Tenca" di Milano raccontano un'esperienza extracurricolare in cui hanno realizzato l'esperimento del piano inclinato di Galilei, rivisitandolo criticamente: le misure eseguite con l'orologio ad acqua costruito ad hoc sono state messe a confronto con le misure ottenute utilizzando strumenti attuali.
Un esempio in controtendenza rispetto a forme didattiche di tipo addestrativo ormai molto diffuse dai libri di testo, che finiscono con spegnere nei giovani interesse e creatività.

** L'attività, coordinata dall'insegnante di Matematica e Fisica, Laura Capocelli, ha riportato una menzione d'onore alla XVI edizione del Concorso ScienzAfirenze - 2019 dal titolo* «Ipotesi e sperimentazione a confronto. Rivisitare oggi esperimenti storici significativi».

In questo terzo anno di liceo linguistico abbiamo iniziato a studiare il moto rettilineo uniformemente accelerato. Durante le vacanze estive l'insegnante di Matematica e Fisica ci ha fatto leggere il testo di George Johnson *I dieci esperimenti più belli – da Galileo a Millikan*, dove, nel capitolo *Galileo - Il vero moto degli oggetti*, viene presentato l'esperimento storico di Galileo sul piano inclinato.
Abbiamo così deciso di affrontare lo studio del moto rettilineo uniformemente accelerato ricostruendo l'esperimento di Galileo.
L'insegnante ha proposto alla nostra riflessione un breve giudizio di Robert P. Crease che ha suscitato in noi il desiderio di fare la stessa esperienza : «L'esperimento del piano inclinato di Galileo ha la bellezza dell'*emergere di una regolarità*. La sua bellezza sta nel modo spettacolare in cui un'apparecchiatura relativamente semplice permette a un principio fondamentale della natura di manifestarsi in quello che sembrerebbe dapprima solo un insieme di eventi casuali e caotici: palle che rotolano giù per rampe» (R. P. Crease, *Il prisma e il pendolo,* 2007).
Il nostro lavoro è quindi iniziato realizzando gli strumenti che aveva a disposizione Galileo, ovvero l'orologio ad acqua e il piano inclinato, per poter ri-eseguire l'esperimento come descritto nella sua memoria. Poi ci siamo chieste come lo avremmo realizzato ai giorni nostri, con gli strumenti esistenti oggi. Abbiamo quindi ripetuto l'esperimento utilizzando gli strumenti di analisi digitali a nostra disposizione: dal più semplice, il cronometro dello smartphone, a strumenti più specifici come il programma *Tracker* per l'analisi video del moto o il programma *Audacity* per l'analisi audio.

Frontespizio della tesina presentata a ScienzAfirenze

L'esperimento storico di Galileo

Galileo Galilei (1564 – 1642) intraprese alcuni studi sul moto di oggetti semplici e quotidiani i quali lo portarono a concludere, con l'esperimento del piano inclinato del 1604, che un corpo in caduta libera si muove con una velocità che non dipende dalla sua massa, ma si muove, secondo la definizione moderna, di moto rettilineo uniformemente accelerato.

Galileo, però, non aveva a disposizione strumenti sofisticati per analizzare la caduta di un corpo; così, costruì un piano inclinato in grado di rallentare il movimento della pallina in caduta rendendone più facile l'osservazione: su un piano inclinato con pendenza minore una palla sarebbe scesa più lentamente, mentre sarebbe scesa più rapidamente lungo un piano più ripido. Quanto maggiore è l'inclinazione, tanto più la palla si avvicina alla caduta libera.
Inoltre, all'epoca di Galileo, non esistevano strumenti per poter misurare i tempi con grande precisione; c'erano invece strumenti come il pendolo che permettevano di scandire il tempo. Galileo inizialmente fece le sue osservazioni scandendo il tempo, con il pendolo, con i battiti del suo polso, con il ritmo di una marcetta. Questo gli bastò per ricavare la legge fondamentale dei numeri dispari che descriviamo più avanti. Ma per dimostrare quanto da lui osservato ideò uno strumento adatto a misurare con grande precisione piccoli intervalli di tempo: l'orologio ad acqua.

L'orologio ad acqua di Galileo
Nel suo testo *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, Galileo descrive con precisione il dispositivo da lui utilizzato per misurare i tempi: «*Quanto poi alla misura del tempo, si teneva una gran secchia piena d'acqua, attaccata in alto, la quale per un sottil cannellino, saldatogli nel fondo, versava un sottil filo d'acqua, che s'andava ricevendo in un piccol bicchiero […] le particelle poi dell'acqua, in tal guisa raccolte, s'andavano di volta in volta con esattissima bilancia pesando, dandoci le differenze e proporzioni dei pesi loro le differenze e proporzioni de i tempi.*»
Il principio su cui si basa l'orologio ad acqua è quindi molto semplice: in intervalli di tempo uguali fluiscono quantità di massa d'acqua uguali; conoscendo la massa d'acqua fuoriuscita dal secchio si può determinare quindi il tempo intercorso.

Il piano inclinato di Galileo
Galileo descrive l'esperimento di caduta di una pallina su un piano inclinato: «in un regolo, o vogliam dir corrente, di legno, lungo circa 12 braccia, e largo per un *verso mezo braccio e per l'altro tre dita, si era in questa minor larghezza incavato un canaletto, poco più largo di un dito; tiratolo drittissimo, e, per haverlo ben pulito e liscio, incollatovi dentro una carta pecora zannata e lustrata al possibile, si faceva in esso scendere una palla di bronzo durissimo, ben rotondata e pulita.*»
Dopo aver fatto rotolare la pallina per più di cento volte effettuando tutte le opportune misure conclude: «si lasciava scendere per il detto canale la palla, notando [...] il tempo che consumava nello scorrerlo tutto, replicando il medesimo atto molte volte per assicurarsi bene della quantità del tempo, nel quale non si trova mai differenza né anco della decima parte di una battuta di polso». Successivamente prosegue affermando: «*per dimostrare li accidenti da me osservati, mi mancava principio totalmente indubitabile da poter porlo per assioma, mi son ridotto a una proposizione la quale ha molto del naturale et dell'evidente; et questa supposta, dimostro poi il resto, cioè gli spazzii passati dal moto naturale esser in proporzione doppia dei tempi, et per conseguenza gli spazii passati in tempi eguali esser come i numeri impari ab unitate, et le altre cose*.»
Ma come arriva a queste conclusioni?

La ricostruzione dell'esperimento da parte di Stillman Drake
Lo storico della scienza Stillman Drake nel 1972 ricostruì, a partire dalla memoria dello stesso Galileo, l'esperimento. Galileo sceglie una unità di tempo (come per esempio una oscillazione del pendolo) che chiama battito e lascia andare la pallina lungo il piano inclinato. A ogni battito segna la posizione raggiunta dalla pallina lungo il piano inclinato.
Egli è costretto a ripetere tale operazione più volte per poter segnare tutte le posizioni occupate. In questa fase la misura del tempo non è fondamentale: bastava riuscire a suddividerlo in modo regolare, con un pendolo, con il ritmo di una musichetta o con un metronomo. Infatti quello che osserva Galileo è che in intervalli di tempo uguali la pallina percorre spostamenti sempre maggiori.
Misurando la distanza tra il primo e il secondo punto segnato, tra il secondo e il terzo e così via, e dividendo il valori ottenuti per la distanza percorsa nel primo battito ottenne i numeri 1, 3, 5, 7, 9 eccetera: le distanze percorse tra due battiti crescono seguendo la progressione dei numeri dispari.

Quindi se al primo battito percorre un tratto x, tra il primo e il secondo la pallina percorrerà $3x$: ovvero se il tempo raddoppia la distanza percorsa quadruplica.
Tra il secondo e il terzo battito percorre $5x$, che vanno sommati al $4x$ precedente, e questo implica che se il tempo triplica la distanza percorsa diventa pari a nove volte quella iniziale ($x+3x+5x = 9x$).
Proseguendo con lo stesso ragionamento se il tempo quadruplica, lo spostamento diventa 16 volte quello iniziale ($x+3x+5x+7x=16x$) e così via.
Ovvero Galileo arriva ad affermare che la proporzionalità esistente tra spostamento e tempo è una proporzionalità quadratica: $s=k \cdot t^2$.
Aveva così verificato che tutti i corpi cadono di moto rettilineo uniformemente accelerato.
L'ipotesi di Drake è che Galileo, per dimostrare la veridicità di quanto osservato sperimentalmente, abbia deciso di ripetere l'esperimento segnando le tacche in corrispondenza degli spostamenti $1x$, $4x$, $9x$, $16x$, $25x$, $36x$...e poi abbia misurato i tempi intercorsi verificando la legge $s = k \cdot t^2$. Per poter fare una misura di questo tipo era necessario avere uno strumento che misurasse con precisione il tempo: questo giustifica l'idea di realizzare l'orologio ad acqua.
Come ultima prova della correttezza di quanto osservato sperimentalmente, Galileo pensò di inserire lungo il piano inclinato delle campanelle, in corrispondenza delle tacche precedentemente segnate lungo il piano inclinato. Facendo scorrere la pallina lungo il piano, le campanelline suonavano in corrispondenza del passaggio della pallina. Egli osservò che le palline suonavano tutte a intervalli di tempo uguali. Ovvero ogni tratto veniva percorso in tempi uguali.

Ricostruiamo l'esperimento di Galileo

Seguendo l'attenta descrizione di Galileo abbiamo provato a ricostruire l'orologio con i materiali a nostra disposizione, ovvero gli oggetti di uso quotidiano che si trovano in casa.

Il nostro orologio ad acqua: costruzione
Ogni tentativo ha rispettato le richieste necessarie per il funzionamento. Prima di tutto bisognava avere una bacinella di larghezza molto maggiore del diametro della cannula da cui fuoriusciva l'acqua, questo per mantenere un flusso costante dell'acqua in uscita, come previsto dalla legge dei fluidi di Torricelli. Infatti quest'ultima afferma che se la sezione del tubo è molto minore della sezione del contenitore allora la velocità di efflusso è pari a $v= 2hg$. In secondo luogo bisognava fare sì che la fuoriuscita di acqua non facesse variare in modo significativo il livello dell'acqua all'interno del contenitore.

Primi tentativi di costruzione di un orologio ad acqua

Come riprova che il nostro orologio fosse ben funzionante abbiamo controllato che la massa d'acqua fuoriuscita in intervalli di tempo uguali fosse sempre la stessa. Per far questo ci siamo procurati una bilancia con sensibilità 0,01g. Abbiamo quindi misurato la massa di acqua caduta dopo un intervallo di tempo prestabilito (noi abbiamo

considerato due secondi, Galileo aveva considerato una oscillazione del pendolo) e in intervalli multipli di questo: la variazione di massa Δm doveva essere sempre la stessa.
I primi tentativi hanno mostrato che il flusso non rimaneva costante perché o la cannula era troppo larga o il contenitore era troppo piccolo e quindi il livello di acqua variava rapidamente.
A partire da queste osservazioni siamo arrivati a trovare contenitore e cannula in proporzioni adeguate: un secchio da imbianchino, le cui dimensioni rendevano trascurabili gli abbassamenti di livello dell'acqua, e la cannula di una flebo che permetteva anche la regolazione del flusso di caduta dell'acqua. Abbiamo quindi appeso il secchio pieno d'acqua, mediante un filo da pesca, a un'asta orizzontale. Abbiamo effettuato un piccolo foro centrale sul fondo, realizzato con un ago riscaldato, in cui abbiamo inserito la cannula di una flebo.

Il nostro orologio ad acqua

Il nostro orologio ad acqua: taratura
Abbiamo raccolto l'acqua fuoriuscita dalla cannula mediante un becker di massa nota. Misurando di volta in volta la massa totale di becker più acqua abbiamo determinato la massa dell'acqua scesa in un intervallo di tempo.

T	S	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
massa H2O	G	1,03	1,78	2,56	3,27	3,99	4,72	5,17	6,14	6,51	6,77	7,35	7,62	7,91	8,94	9,30
Δ m	G		0,75	0,78	0,71	0,72	0,73	0,45	0,97	0,37	0,26	0,58	0,27	0,29	1,03	0,36

Massa in funzione del tempo in un primo tentativo di orologio ad acqua

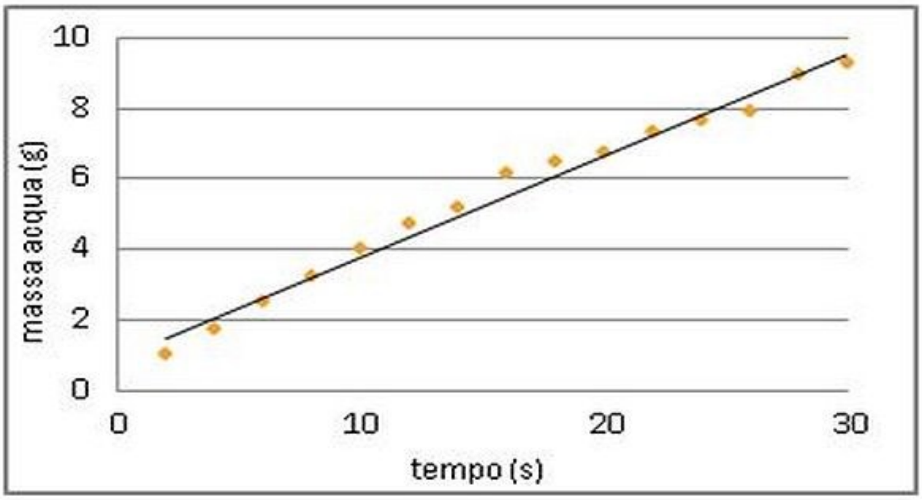


Grafico relativo alla Tabella 1

Come prima cosa abbiamo osservato che la flebo doveva essere aperta al massimo in quanto la nostra bilancia non era sufficientemente sensibile per misurare le variazioni di massa di acqua. Inoltre analizzando i valori ottenuti abbiamo notato che Δm rimaneva costante solo per i primi intervalli di tempo. Il flusso sembrava poi diminuire per ricominciare ad aumentare improvvisamente (*valori cerchiati in tabella 1*).
Osservando la nostra struttura abbiamo notato che l'acqua colava dai bordi della cannula andando a infilarsi sulla parte superiore della valvola della flebo per poi tracimare di colpo quando superava la capienza massima del coperchio. Abbiamo quindi fissato il tubicino al secchio con del silicone e abbiamo rifatto le misure.

T	s	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
massa H2O	g	1,94	2,85	4,12	5,23	6,70	7,87	9,13	9,95	11,25	12,17	13,46	15,02	16,16	17,49	18,43
Δ m	g		0,91	1,27	1,11	1,47	1,17	1,26	0,82	1,30	0,92	1,29	1,56	1,14	1,33	0,94

Massa in funzione del tempo nel secondo tentativo con l'orologio ad acqua

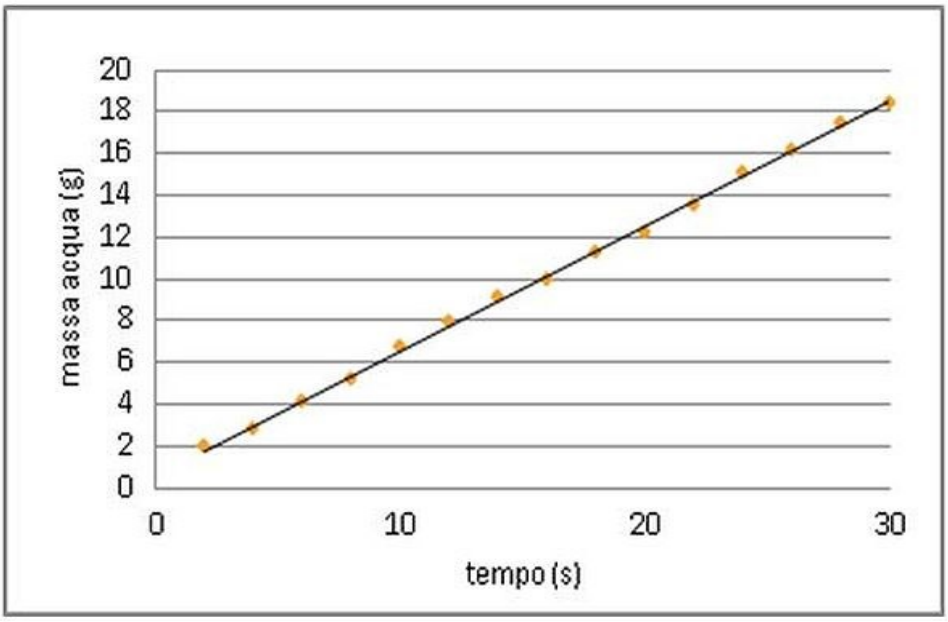
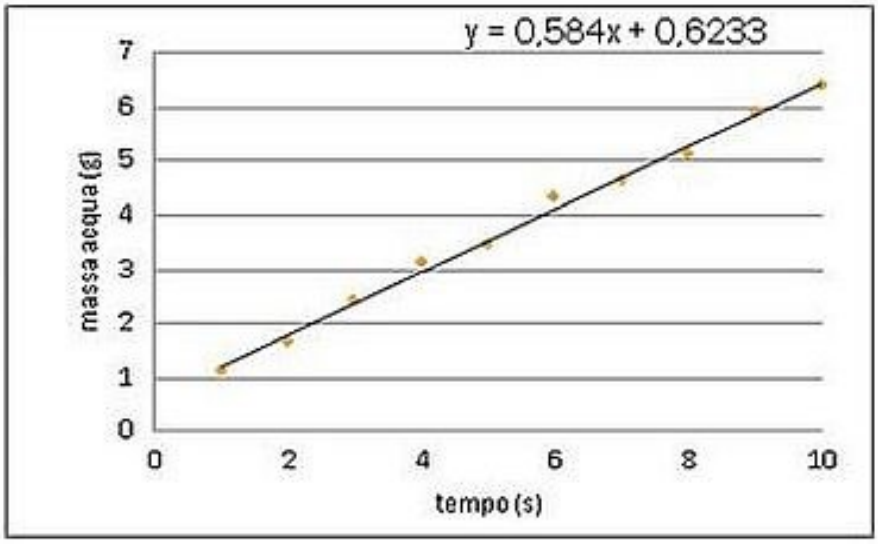


Grafico relativo alla Tabella 2

La massa di acqua fuoriuscita dalla cannula, dopo la sigillatura, rimane in buona approssimazione costante, come mostra il grafico. Abbiamo quindi potuto determinare la costante di proporzionalità tra il tempo trascorso e la massa di acqua fuoriuscita: tale costante è il coefficiente angolare della retta che rappresenta i dati ottenuti.
Per avere un valore più preciso abbiamo deciso di rifare la misura considerando però intervalli di tempo pari a un secondo.

t	massa H2O	Δ m
s	g	g
1	1,15	
2	1,68	0,53
3	2,41	0,73
4	3,15	0,74
5	3,47	0,32
6	4,33	0,86
7	4,65	0,32
8	5,14	0,49
9	5,94	0,80
10	6,43	0,49



Massa in funzione del tempo considerando intervalli di 1s: tabella e relativo grafico

Il valore ottenuto è k=0,584g/s.
Dato che occorre determinare a quanto tempo corrisponde una certa quantità di acqua, il fattore di conversione c che dobbiamo considerare è il reciproco del valore di k:

$$c=1/k=1/0,584=1,71 s/g.$$

Abbiamo infine confrontato i tempi ottenuti con il nostro orologio ad acqua ($t_{or\ acqua}$) con quelli ottenuti con il cronometro del nostro smartphone (t_{cron}).

m acqua	$t_{orologio\ acqua}=m\cdot c$	$t_{cronometro}$	$\Delta t=t_{or\ acqua}-t_{cron}$
g	s	s	s
3,40	5,82	6,18	-0,36
2,60	4,45	4,29	0,16
3,37	5,77	5,56	0,21
2,28	3,90	3,96	-0,06
2,22	3,80	3,64	0,16
2,20	3,77	3,73	0,04
2,47	4,23	4,30	-0,07
2,34	4,01	4,07	-0,06
1,86	3,18	3,26	-0,08
1,20	2,05	2,32	-0,27
1,62	2,77	2,84	-0,07
1,17	2,00	2,35	-0,35
1,00	1,71	1,91	-0,20
0,97	1,66	1,76	-0,10

Confronto tra i tempi misurati con l'orologio ad acqua e il cronometro

Osservando i dati abbiamo notato che la differenza (Δt) esistente tra il tempo misurato con l'orologio ad acqua ($t_{or\ acqua}$) e il tempo misurato con il cronometro (t_{cron}) è dell'ordine di grandezza del decimo di secondo. Abbiamo quindi concluso che il nostro orologio ad acqua ha una precisione tale da poter essere usato nelle misure relative al moto della pallina sul piano inclinato.

Il nostro piano inclinato: costruzione
Per poter realizzare il nostro piano inclinato abbiamo utilizzato una canalina in acciaio lunga 2,00 m appoggiata su un piccolo piano inclinato da laboratorio (di lunghezza 0,6 m) dotato di un meccanismo di regolazione dell'angolo di inclinazione.
Abbiamo poi considerato una pallina in acciaio del diametro di 1,25 cm. Con il goniometro di regolazione abbiamo fissato l'angolo di inclinazione del piano: inizialmente 2° e poi 5°.

Tic tac tic tac: iniziamo a inseguire la pallina
In primo luogo abbiamo scelto l'angolo di inclinazione del piano, abbiamo quindi provato a far scorrere liberamente la pallina sul piano e abbiamo osservato che a grandi angoli di inclinazione la pallina andava troppo velocemente per essere intercettata nel tempo.
Abbiamo quindi deciso di partire da una inclinazione molto piccola scegliendo come angolo 2°. Dopo aver attaccato sul lato del piano inclinato una striscia di scotch di carta, abbiamo fatto scorrere la pallina sul piano inclinato e segnato la posizione

della pallina sullo scotch (mettendo un puntino sulla striscia nella posizione corrispondente alla pallina – d'ora in poi tale operazione la definiremo *puntinatura*) a intervalli di tempo uguali, cioè a ogni *battito* definito da Galileo. Per riuscire a scandire il tempo abbiamo utilizzato un metronomo con velocità di 80 battiti al minuto.
Non essendo facile segnare la posizione esatta della pallina a ogni battito abbiamo dovuto utilizzare più strisce di scotch di carta e abbiamo dovuto ripetere l'operazione di puntinatura più volte per ogni striscia utilizzata. Abbiamo ottenuto una «nuvola» di punti per ogni battito.
Abbiamo preso in considerazione i punti ottenuti sulla carta, abbiamo cioè considerato come punto indicante la posizione della pallina il centro della circonferenza che comprendeva i punti di una «nuvola». Abbiamo misurato quindi gli spostamenti e abbiamo fatto il rapporto tra l'ennesimo spostamento e il primo, in modo da trovare la relazione tra i diversi spostamenti. I valori attesi erano i quadrati dei numeri naturali poiché ogni valore corrispondeva allo spostamento effettuato in un tempo doppio, triplo, quadruplo e così via, del primo spostamento.

Battito	s	Rapporto tra s e spostamento primo battito	Valore atteso secondo Galileo
---	Cm	---	---
1	3,2		
2	10,9	3,4	4
3	28,8	9,0	9
4	46,0	14,4	16
5	110,6	34,5	25
6	142,7	44,6	36
7	189,3	59,1	49

Spostamenti con inclinazione di 2°, dati relativi alla striscia 3

La tabella riporta i dati di una delle strisce realizzate. Si può notare come i valori ottenuti, che all'inizio si avvicinano ai valori attesi di Galileo (ovvero i quadrati dei primi numeri naturali), diventano sempre più grandi discostandosi sempre di più dai valori galileiani.
Abbiamo giustificato questa differenza dai dati attesi a causa della bassa inclinazione che porta a un più rapido rallentamento della pallina sulla rotaia non rendendo più trascurabili gli attriti.
Abbiamo quindi ripetuto tutte le misure con un'inclinazione maggiore (angolo di 5°) ma tale da non far aumentare troppo la velocità rendendo quindi ancora fattibile la puntinatura.

Battito	s	Rapporto tra s e spostamento primo battito	Valore atteso secondo Galileo
---	Cm	---	---
1	6,7		
2	23,8	3,5	4
3	62,1	9,3	9
4	115,9	17,3	16
5	186,1	27,8	25

Spostamenti con inclinazione 5°- dati relativi alla striscia 1

I valori ottenuti sono molto più vicini ai valori attesi, pur rimanendo sempre più elevati. Abbiamo quindi deciso di mantenere anche per le prove successive un'inclinazione di 5°.

Processo inverso: fissiamo gli spostamenti e misuriamo i tempi
Viste le grandi difficoltà incontrate nel seguire la pallina che scendeva lungo il piano inclinato, abbiamo deciso di non continuare ad aumentare l'angolo di inclinazione, come invece fece Galileo, ma di mantenere fissa l'inclinazione a 5°. Siamo quindi passate a dimostrare la veridicità della legge $s = k\,t^2$ fissando gli spostamenti e andando a misurare i tempi necessari per percorrere ogni tratta.
Abbiamo quindi attaccato al piano inclinato una striscia di scotch su cui abbiamo segnato delle tacche le cui distanze seguissero la regola dei numeri dispari: la prima tacca dopo una distanza x, la seconda a 3x dalla prima, la terza a 5x e così via.
Abbiamo quindi misurato il tempo necessario per percorrere ogni tratto utilizzando l'orologio ad acqua.
Abbiamo fatto scendere la pallina inizialmente fino alla prima tacca, cronometrando il tempo impiegato: pur avendo scelto uno spostamento $x = 5{,}0$ cm, l'errore sulla misura del tempo risultava molto grande; infatti le masse di acqua risultavano di circa 0,38 g, abbiamo quindi deciso di ripetere la misura più volte per poi determinarne la massa media. Utilizzando il fattore di conversione $c = 1{,}71$ s/g ottenuto nella fase di taratura dell'orologio ad acqua, abbiamo determinato il tempo impiegato per compiere lo spostamento *x*. Abbiamo poi ripetuto questo procedimento per tutti gli spostamenti segnati sul piano inclinato.

Misura dei tempi con l'orologio ad acqua

Δx	Δx	S	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6	m_{media}	Δm	$t = c \cdot m_{media} = 1{,}71 \cdot m_{media}$	t / t_x	Valore atteso
---	cm	Cm	g	g	g	g	g	g	g	g	s	----	-
X	5,0	5,0	0,46	0,41	0,45	0,32	0,27	0,36	0,38	0,10	0,65		
3x	15,0	20,0	0,60	0,72	0,70	0,88	0,82	0,68	0,73	0,14	1,25	1,93	2
5x	25,0	45,0	1,26	1,05	1,01	1,05	1,03	1,09	1,08	0,13	1,85	2,85	3
7x	35,0	80,0	1,25	1,18	1,55	1,50	1,46	1,41	1,39	0,19	2,38	3,66	4
9x	45,0	125,0	1,83	1,75	1,67	1,55	1,89	1,69	1,73	0,17	2,96	4,55	5
11x	55,0	180,0	1,93	2,09	1,96	1,83	2,00	1,98	1,97	0,13	3,36	5,17	6

Misure dei tempi di discesa della pallina utilizzando l'orologio ad acqua

Facendo il rapporto tra il tempo (*t*) impiegato per percorrere uno spostamento *s* e il tempo impiegato per percorrere lo spostamento iniziale *x* (t_x) abbiamo ritrovato il rapporto tra i tempi previsto da Galileo: se lo spostamento quadruplicava il tempo raddoppiava, se lo spostamento diventava nove volte più grande il tempo triplicava, ovvero $s = k\,t^2$.
Tuttavia osserviamo una non trascurabile differenza tra valore atteso e valore ottenuto causata dall'errore di misura sulla prima massa di acqua ($E_{r\%} = 26\%$), valore da cui dipendono tutti i rapporti calcolati.

Smartphone vs orologio ad acqua
Per migliorare la precisione delle misure ottenute, abbiamo deciso di abbandonare l'orologio ad acqua e provare a utilizzare il cronometro dei nostri smartphone. Abbiamo quindi ripetute tutte le misure e ottenuto dei nuovi rapporti.

Δx	Δx	s	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	t11	t12	t medio	rapporto tra t e t x	Valore atteso
---	cm	cm	S	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	---	---
x	5,0	5,0	0,61	0,53	0,72	0,46	0,53	0,58	0,70	0,63	0,66	0,66	0,55	0,56	0,60		
3x	15,0	20,0	0,87	0,95	1,00	1,02	1,06	1,15	1,02	1,13	1,16	1,07	0,99	1,16	1,04	1,73	2
5x	25,0	45,0	1,69	1,66	1,69	1,50	1,53	1,53	1,43	1,46	1,43	1,45	1,42	1,45	1,53	2,54	3
7x	35,0	80,0	2,06	2,29	1,90	1,91	2,03	1,95	2,06	2,19	2,22	2,10	2,39	2,33	2,10	3,50	4
9x	45,0	125,0	2,62	2,66	2,86	2,78	2,60	2,59	2,59	2,46	2,60	2,70	2,73	2,50	2,65	4,42	5
11x	55,0	180,0	3,06	3,16	3,17	3,19	3,13	3,13	3,00	3,13	3,10	3,20	3,16	3,20	3,13	5,22	6

Misure dei tempi di discesa della pallina utilizzando lo smartphone

Con nostra grande sorpresa abbiamo osservato che l'orologio ad acqua, realizzato con un secchio e un pezzo di tubo per flebo, permette di determinare valori più prossimi ai valori attesi rispetto a un cronometro digitale con 0,01 s di sensibilità: unica giustificazione che siamo riuscite a dare è che per misure di tempi così piccoli l'errore accidentale dovuto ai tempi di reazione umani nell'avvio e interruzione del cronometro influisce maggiormente che l'errore nella misura della massa di acqua fuoriuscita dalla cannula. D'altra parte per poter misurare intervalli di tempo maggiori, e di conseguenza ridurre l'incidenza dei tempi di reazione umani, avremmo dovuto avere a disposizione un piano inclinato di lunghezza maggiore, come quello di Galileo, lungo pressapoco 6 m, cosa che però non avevamo!


Piano inclinato con campanelline

Esperimento con le campanelline: non siamo musicisti!
Come conclusione del nostro esperimento abbiamo inserito lungo il piano inclinato, in corrispondenza delle tacche utilizzate nelle misure precedenti, le campanelline utilizzate anche da Galileo per verificare che i diversi tratti del piano inclinato venissero percorsi in tempi uguali.
Facendo scendere la pallina lungo il piano inclinato, questa ha fatto suonare le campanelline in corrispondenza di ogni tacca.
Le palline sembravano suonare dopo intervalli di tempo uguali, scandendo il tempo in modo regolare come un metronomo. Ma non ci potevamo accontentare di un «sembravano»: come verificare che questo era vero?
Pensando agli strumenti a nostra disposizione, l'unica idea venutaci in mente è stata quella di rimisurare con l'orologio ad acqua i tempi necessari perché la pallina arrivasse a far suonare le diverse campanelline poste lungo il percorso. Abbiamo poi fatto la differenza tra i diversi tempi per verificare che questa rimanesse costante.

Δx	tempo medio	Δt (differenza tra tempi successivi)
---	s	s
x	0,62	
3x	1,05	0,43
5x	1,47	0,42
7x	1,82	0,35
9x	2,24	0,42
11x	2,6	0,36

Intervalli di tempo Δt tra i suoni delle campanelline

Pur non avendo l'orecchio da musicista di Galileo siamo riuscite a trovare una modalità per verificare che le campanelline toccate dalla pallina scandissero il tempo in modo regolare.

Utilizziamo le nuove tecnologie: i software ci vengono in aiuto

Come ultima fase del nostro lavoro abbiamo ripetuto l'esperimento utilizzando gli strumenti che le nuove tecnologie ci mettono a disposizione. Abbiamo quindi utilizzato due software di analisi: *Tracker* per l'analisi del moto e *Audacity* per l'analisi del suono.

Tracker
Tracker è un software di modellazione dei fenomeni fisici; tra gli esperimenti che possono essere studiati quantitativamente rientrano i moti; permette di rilevare le misure delle grandezze significative a partire dal video del fenomeno da analizzare.
Noi abbiamo quindi filmato con il nostro smartphone la discesa della pallina lungo il piano inclinato e abbiamo iniziato ad analizzare il video con questo programma. Abbiamo fissato una unità di misura e un sistema di riferimento e successivamente abbiamo «marcato» istante per istante la posizione della pallina nel video.

Il programma poi elabora i dati, permettendo di ricavare i grafici delle grandezze caratteristiche del moto in funzione del tempo: abbiamo scelto di realizzare il grafico dello spostamento in funzione del tempo in quanto dovevamo verificare la legge del moto rettilineo uniformemente accelerato. Poiché Galileo aveva affermato che «gli spazzii passati dal moto naturale esser in proporzione doppia dei tempi» il grafico dello spostamento in funzione del tempo deve essere un ramo di parabola di equazione $s = k\,t^2$. Il grafico che abbiamo ottenuto rappresenta la legge del moto rettilineo uniformemente accelerato.

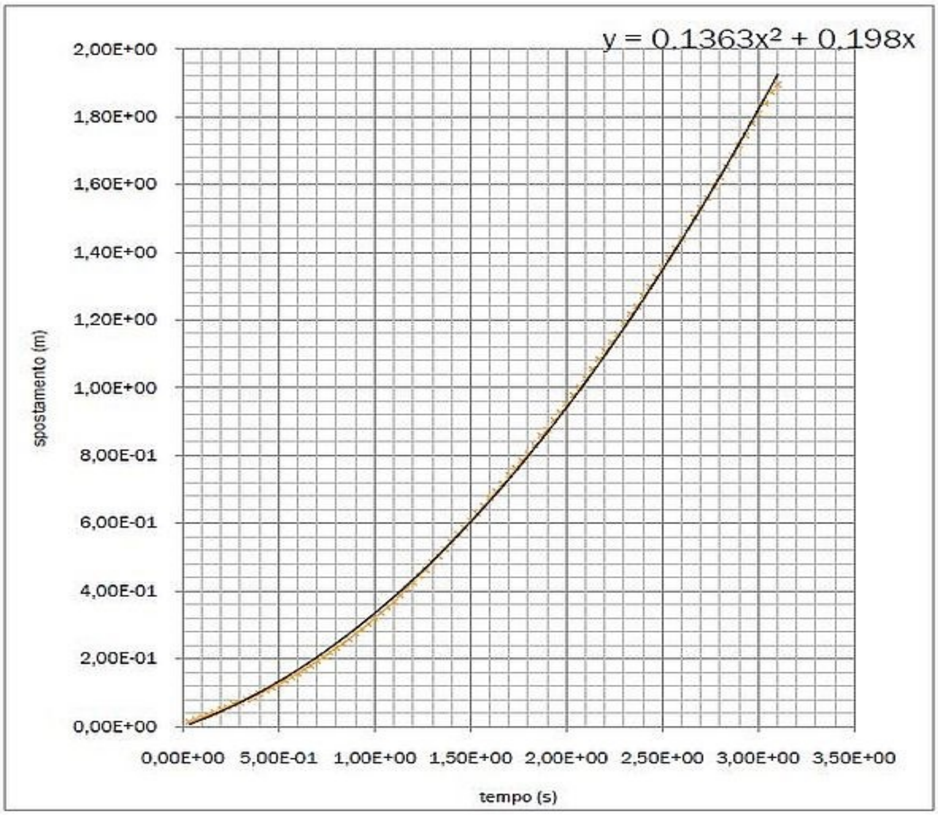


Grafico dello spostamento in funzione del tempo

Abbiamo quindi analizzato anche la velocità in funzione del tempo: dato che il moto è uniformemente accelerato il grafico che rappresenta la velocità al variare del tempo doveva essere una retta $v = a\,t$ poiché la velocità della pallina all'istante t_0 era $v_0 = 0$ m/s.

Come si può vedere, il grafico ottenuto è una retta. Abbiamo però osservato che la misura della velocità risente maggiormente, rispetto allo spostamento, delle imprecisioni fatte al momento dell'operazione di marcatura dei punti a istanti successivi, come si vede dalla distribuzione dei punti rispetto alla linea di tendenza. Per tale ragione non abbiamo analizzato i dati relativi all'accelerazione.

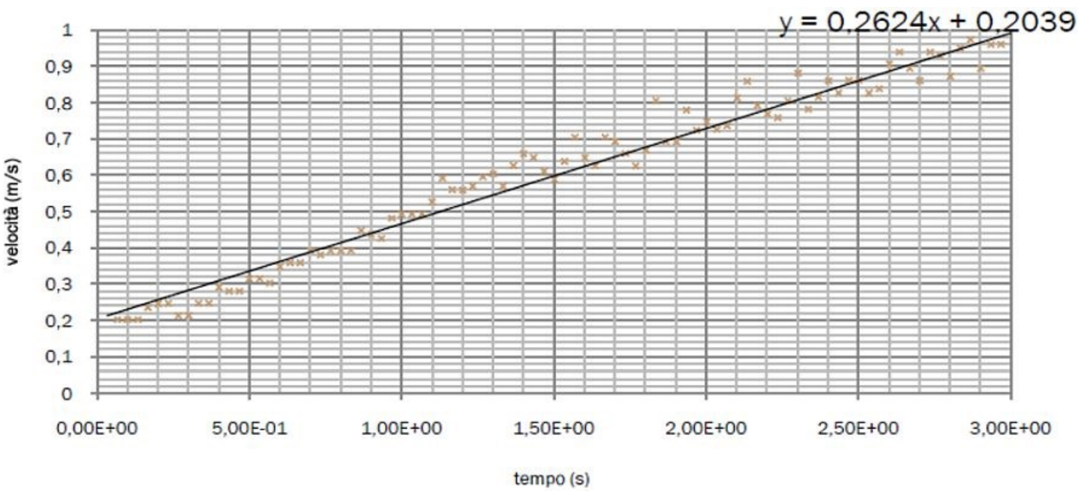


Grafico della velocità in funzione del tempo

Audacity

Il programma *Tracker* ci ha permesso di verificare rapidamente e con precisione che il moto di una pallina lungo un piano inclinato è rettilineo uniformemente accelerato e quindi che lo spostamento dipende dal quadrato del tempo. Ci siamo allora chieste se era possibile rifare l'esperimento delle campanelline con l'aiuto di un programma di analisi del suono. Per questo abbiamo chiesto consulenza al docente di Tecnologie Musicali che insegna nelle sezioni del Liceo Musicale della nostra scuola. Il programma che ci ha consigliato di utilizzare è *Audacity*, un sistema che permette la registrazione di audio multi-traccia e la loro analisi nel dettaglio.

Per poter registrare l'audio della pallina che scorrendo lungo il piano faceva suonare le campanelline, abbiamo utilizzato un microfono, collegato al computer, con cui abbiamo seguito il movimento della pallina. Il programma *Audacity* permette la visualizzazione dell'onda sonora dell'audio registrato: ogni volta che la pallina colpiva una campanellina si formavano dei picchi evidenti. Attraverso il sistema di analisi, siamo riuscite a determinare la distanza temporale tra i diversi picchi che corrisponde alla distanza temporale tra il suono delle campanelle.

I tempi tra il suono di una campanella e il successivo sono risultati costanti, confermando il modello galileiano.

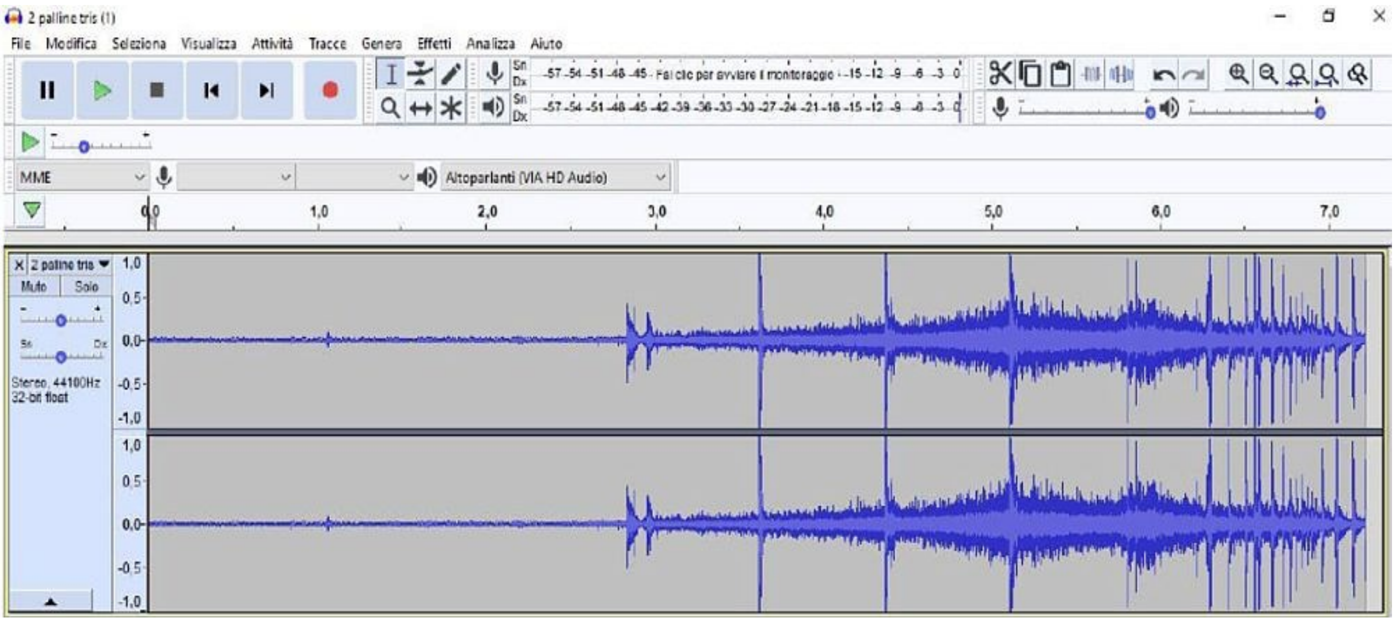
tempo della registrazione	Δt (tra 2 campanelle)
s	s
1,598	
2,325	0,727
3,057	0,732
3,790	0,733
4,527	0,737

Intervalli di tempo tra un suono di campanella e il successivo nel caso di 1 pallina

Successivamente abbiamo fatto scendere lungo il piano inclinato 2 palline: quando la prima pallina toccava la prima campanellina lungo il percorso, abbiamo fatto partire l'altra. Impiegando tempi uguali tra una campanellina e l'altra le due palline colpivano le campanelline simultaneamente. Abbiamo registrato e analizzato quindi l'audio delle 2 palline.

La difficoltà maggiore nel far scendere le palline simultaneamente è stata la partenza della seconda pallina nel medesimo istante del tocco della prima pallina sulla campanellina. Molti audio infatti sembravano, ascoltati con l'orecchio umano, perfetti, ma in realtà dall'analisi attraverso *Audacity*, ascoltando l'audio a rallentatore e ingrandendo l'immagine dell'onda sonora, si osservavano due differenti picchi corrispondenti al tocco delle due palline.

Dopo molti tentativo siamo riuscite a realizzare un audio perfetto, che abbiamo quindi analizzato.



Schermata di Audacity *- audio 2 palline e le campanelline*

tempo della registrazione	Δt (tra 2 campanelle)
s	s
2,839	
3,619	0,780
4,369	0,750
5,108	0,739
5,811	0,703

Anche in questo caso abbiamo osservato che i tempi rimangono invariati e inoltre che le due palline, se fatte scendere simultaneamente, colpiscono le campanelline nello stesso istante emettendo un unico suono.

Conclusioni

In questo attività sperimentale abbiamo studiato il moto uniformemente accelerato inizialmente utilizzando il piano inclinato e l'orologio ad acqua costruiti da noi con lo scopo di ripetere l'esperimento di Galileo Galilei.
In un secondo tempo abbiamo ripetuto più volte lo studio utilizzando strumenti di misura e di analisi via via più moderni e più precisi, quali lo *smartphone* per la misura dei tempi, l'applicazione *Tracker* per l'analisi del moto e il programma *Audacity* per l'analisi del suono. Quello che abbiamo osservato è una sostanziale equivalenza tra i risultati ottenuti indipendentemente dalla modernità degli strumenti utilizzati.
È risultato evidente quanto fosse fondamentale mantenere invariato il metodo di osservazione sperimentale pensato da Galileo piuttosto che cercare strumenti di misura e analisi sempre più sofisticati che semplificano l'acquisizione e l'analisi dei dati, ma non modificano in maniera sostanziale la riuscita dell'esperimento.
Si parte sempre dall'osservazione del reale per poter costruire un modello. Come afferma Albert Einstein: «dietro le cose doveva esserci un che di profondamente nascosto» e solo l'attenta osservazione permette di trovarlo.

Alessia Casella, Cecilia Lucarini, Veronica Mura, Fabiola Pauletti, Aurora Vettorato (studentesse della classe 3°H del Liceo Linguistico "Carlo Tenca" di Milano)

Indicazioni bibliografiche e sitografiche

- George Johnson, *I dieci esperimenti più belli – da Galileo a Millikan*, Bollati Boringhieri.
- M.E. Bergamaschini, P. Marazzini, L. Mazzoni, *Fisica – Ipotesi, teorie, esperimenti-* Volume 1°, Minerva Scuola, Milano 2012.
- *Lo studio Galileiano del Moto Uniformemente Accelerato – Approfondimento*, Emmeciquadro *n° 48 - Marzo 2013*
- *https://www.beic.it/project_galileogalilei/claudia_borghini_galileo_piano_inclinato.php*

EMMECI quadro
Scienza Educazione E Didattica

DIRETTORE RESPONSABILE Mario Gargantini
www.emmeciquadro.eu

Aut. Trib. Milano n. 226 del 24.3.2000
ISSN 2240-0389
Emmeciquadro (online)