EMMECI quadro
Scienza Educazione E Didattica
n. 84
maggio 2023

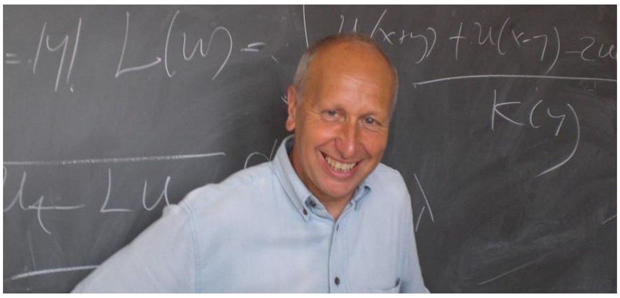
LUIS CAFFARELLI, IL MATEMATICO COL MICROSCOPIO
Intervista a Sandro Salsa

*a cura di Marco Bramanti**

** Dipartimento di Matematica, Politecnico di Milano*

Quando la redazione della rivista "Emmeciquadro" mi ha chiesto di scrivere un contributo a commento del premio Abel ricevuto da Caffarelli, per me, che sono stato allievo di Sandro Salsa, di laurea e di dottorato, poi suo collega al Politecnico per oltre 30 anni, oltre che coautore di libri di testo da più di vent'anni, è stato estremamente naturale pensare di declinare questo compito sotto forma di un'intervista a Sandro, che ha subito accettato volentieri. Ciò che ne risulta è una testimonianza personale che dà uno spaccato molto interessante sul mondo della ricerca matematica internazionale e i suoi protagonisti.
Nota Bene. Il tono dell'intervista vuole essere divulgativo ma inevitabilmente sono stati usati alcuni termini matematici, non sempre spiegati nell'intervista: perciò ho aggiunto alcune note per i non esperti. Ho rinunciato invece a fornire indicazioni bibliografiche (per esempio, degli articoli di ricerca citati), proprio perché questo testo non vuole costituire un'introduzione tecnica alla matematica di cui si parla. Gli esperti del settore che eventualmente leggessero questo testo non avranno alcun problema a individuare gli articoli a cui si allude.

Come descriveresti Louis Caffarelli? Che tipo di matematico è?



Caffarelli come matematico è di una originalità unica. Racconto un episodio. Tutti conoscono Louis Nirenberg, uno dei matematici di punta del Courant Institute[1]. Una sera eravamo a una cena a Manhattan, c'era Irene Gamba (la moglie di Caffarelli), Luis Caffarelli, Louis Nirenberg e io. A un certo punto della discussione Nirenberg si rivolge a Caffarelli e gli dice: "Ma come ti vengono queste idee?". Caffarelli ha un'originalità di pensiero, riesce a focalizzare subito il punto chiave delle questioni eliminando il "rumore" e... tac! Quello che conta è quel punto lì! Fa il suo piccolo calcolo e poi da lì esplode. Credo di aver visto un'originalità così solo in un'altra persona, De Giorgi[2], che però non ho conosciuto così a fondo.
Per spiegare il suo modo di far matematica facciamo un'analogia. Supponi di essere un fisico che studia la materia, la puoi studiare da un punto di vista macroscopico, e questo per me, nell'analogia matematica, rappresenta l'*analisi funzionale*[3]. Tu attacchi un problema con l'analisi funzionale, vedi la struttura generale, astratta...

__Luis Caffarelli__ (Buenos Aires, 1948), si è formato in Argentina, dove si è laureato e dottorato in matematica. E' stato poi professore in diverse università e istituti di ricerca degli Stati Uniti: University of Minnesota (Minneapolis), University of Chicago, Courant Institute of Mathematical Sciences (New York), Institute for Advanced Studies (Princeton), e attualmente University of Texas (Austin). E' un matematico estremamente prolifico, che in 50 anni di ricerche ha pubblicato sulle riviste di matematica più prestigiose, con oltre 130 collaboratori, più di 30 allievi di PhD, e un enorme impatto nel settore delle equazioni alle derivate parziali. Ha ottenuto numerosissimi riconoscimenti internazionali tra cui il Bôcher Memorial Prize nel 1984, lo "Steele Prize for Lifetime Achievement in Mathematics" nel 2009, il "Wolf Prize" nel 2012, lo "Shaw Prize" nel 2018. Il 23 maggio 2023 ha ricevuto dall'Accademia delle Scienze e Lettere della Norvegia il Premio Abel "per i suoi contributi fondamentali alla teoria della regolarità per le equazioni alle derivate parziali non lineari, in particolare i problemi di frontiera libera e l'equazione di Monge–Ampère".

Ma se tu vuoi andare a vedere la struttura microscopica del problema, l'analisi funzionale non ti dice nulla, devi munirti di microscopio. Caffarelli, nei problemi di frontiera libera o nelle equazioni *fully nonlinear*, "ha introdotto il microscopio".

Sandro Salsa (Novara, 1950) è professore emerito di Analisi Matematica al Politecnico di Milano, dove è stato professore ordinario dal 1987, dopo essersi laureato ed essere stato ricercatore all'Università Statale di Milano. Al Politecnico di Milano è stato direttore del Dipartimento di Matematica dal 1999 al 2008, cofondatore del laboratorio di modellistica matematica MOX (insieme al collega Alfio Quarteroni) e per vari anni coordinatore del corso di laurea in Ingegneria Matematica, alla cui istituzione lui stesso ha lavorato. Il suo settore di ricerca è nel campo delle equazioni alle derivate parziali, a cui ha contribuito con numerose pubblicazioni su riviste di alto livello. E' stato visiting professor in diverse prestigiose università americane. In particolare, la sua collaborazione scientifica con Luis Caffarelli è proseguita per un periodo di oltre 25 anni, con numerose pubblicazioni in collaborazione, tra cui una monografia ben nota nel settore.

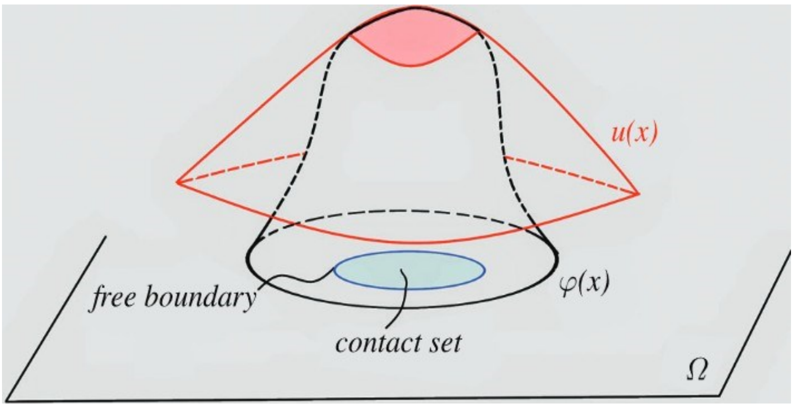
Credo che, per rendere comprensibile il discorso, prima di proseguire sia meglio dare al lettore un'idea dei settori dell'analisi matematica in cui Caffarelli ha lavorato. Cosa diresti per spiegare ai non esperti cosa sono i problemi di frontiera libera (*free boundary problems*)?

Penso sia bene partire da due esempi. Il primo problema di frontiera libera che storicamente è stato studiato si chiama *problema di Stefan*. Stefan è il fisico della radiazione del corpo nero, e alla fine del 1800 stava studiando lo scioglimento dei ghiacci nell'artico. Aveva proposto un modello matematico per lo scioglimento dei ghiacciai, in riferimento alla parte che sta sotto l'acqua. Il modello matematico descrive, attraverso *equazioni differenziali*, la propagazione del calore. Chiaramente la diffusione è diversa nell'acqua e nel ghiaccio, perciò occorre studiare un'equazione differenziale nel dominio che rappresenta l'acqua e un'altra equazione in quello che rappresenta il ghiaccio. L'interfaccia tra i due domini rappresenta la superficie in cui il ghiaccio è a contatto con l'acqua, una superficie che cambia e si muove proprio a causa dello scioglimento. Il movimento dell'interfaccia acqua-ghiaccio è dovuto alla differenza di flussi di calore, calore latente di fusione, ecc. Il modello matematico risultante è piuttosto complicato, a quei tempi nessuno lo sapeva risolvere. La *frontiera libera* è esattamente l'interfaccia acqua-ghiaccio.

Si parla di *problema di frontiera libera* perché è un problema in cui ci sono come incognite le due temperature, nell'acqua e nel ghiaccio, rappresentate matematicamente da due funzioni che risolvono, ognuna nel suo dominio, l'opportuna equazione differenziale. Ma i due domini non sono fissati perché la superficie che li separa è appunto la "frontiera libera" ("libera" cioè mobile, variabile nel tempo) e l'incognita principale del problema è proprio questa interfaccia: com'è fatta e che movimento subisce. Solo alla fine del 1950 la gente è riuscita a dare una sorta di soluzione, coi metodi astratti dell'analisi funzionale moderna che si era sviluppata in quegli anni. Si è riusciti a dare una sorta di "analisi macroscopica", come dicevo prima. Le soluzioni che dà questo approccio sono soddisfacenti da un punto di vista matematico, ma da un punto di vista fisico non si ritorna proprio alle risposte che volevamo all'inizio: sulle proprietà della frontiera libera non si ottengono molte informazioni. Per ritornare indietro si deve studiare il problema "a livello microscopico".

Poi torneremo su questo punto per capire meglio cosa significa "approccio microscopico". Ma vediamo prima il secondo esempio.

Un secondo esempio tipico di problema di frontiera libera è il cosiddetto *problema dell'ostacolo*. Consideriamo una specie di montagnetta, una pietra o qualcosa del genere, appoggiata sul terreno (un piano). Supponiamo di prendere una membrana elastica e di farla calare dall'alto finché i bordi toccano il piano. La membrana si appoggerà sull'ostacolo. O meglio: ci sarà una parte della membrana che tocca l'ostacolo e una parte che invece non è a contatto. La frontiera della parte di contatto, che si chiama *insieme di coincidenza*, in questo caso è la frontiera libera. Questo è un problema che nasce nei primi anni 1950. Si può studiare coi metodi di analisi funzionale oppure coi metodi di *calcolo delle variazioni*[4], perché la posizione di equilibrio della membrana minimizza l'energia potenziale elastica contenuta nella membrana. La soluzione trovata dà una posizione che ha il significato fisico di soluzione di energia finita. Però non dà ancora nessuna informazione su com'è fatta la frontiera libera. Anche qui, per studiare com'è fatta la frontiera, come si distacca la membrana, ci vuole un "microscopio alla Caffarelli".



Provo a fissare le idee. Ad esempio, nel primo problema di cui parlavi, il problema di Stefan, il modello matematico si traduce in certe equazioni differenziali. Ma mentre nei problemi standard si studia un'equazione differenziale in un dominio fissato una volta per tutte, in questo caso ci sono due equazioni differenziali diverse in due sottoregioni di questo dominio, ma quale sia l'interfaccia di separazione tra le due regioni è a sua volta un'incognita del problema. Quindi non solo cerchiamo le soluzioni delle equazioni ma anche i domini in cui le stiamo risolvendo. Questo è quello che rende più complesso il problema, perché le nostre incognite non sono solo due funzioni ma anche un insieme, a priori complicato, e questa è un'incognita più difficile da trattare con l'analisi matematica usuale.
Proviamo ora a fare lo stesso esercizio di spiegazione per il tema delle "equazioni non lineari", e dare anche qui qualche idea di come Caffarelli ci ha lavorato.

Credo che il contributo maggiore di Caffarelli alle equazioni non lineari sia nell'ambito delle cosiddette *equazioni completamente non lineari* (*fully nonlinear equations*), che sono quelle con il massimo grado di non linearità. Un'equazione lineare grosso modo è un modello matematico che descrive un fenomeno, che può essere stazionario, ossia d'equilibrio, oppure di evoluzione nel tempo, in cui vale una sorta di principio di sovrapposizione causa-effetto di tipo appunto lineare: significa che alla somma delle cause corrisponde la somma degli effetti. Se spingo una pallina nel piano con una certa forza, questa ha una certa accelerazione; se spingo con una forza doppia, questa ha un'accelerazione doppia. Oppure, se uno considera la diffusione del calore in questa stanza, questo è un fenomeno lineare: se hai una sorgente di calore che produce una certa temperatura, se raddoppi l'intensità della sorgente raddoppierà la temperatura, grosso modo. Ma se sei vicino alle temperature di combustione, oppure se studi la diffusione del calore in un mezzo poroso, allora la linearità non ce l'hai più, non c'è più questo tipo di sovrapposizione semplice causa – effetto.
I modelli matematici fino agli anni 1950 erano sostanzialmente quelli lineari, tranne alcuni come il modello di Navier-Stokes[5]. Poi qualche metodo di analisi non lineare è stato inventato proprio per risolvere questi problemi, come il metodo di Leray-Schauder di punto fisso, però un'analisi "microscopica" di questi problemi non c'è stata fino agli anni 1970. Negli anni '70 si è cominciato a parlare di equazioni *completamente non lineari* (*fully nonlinear*). Per esempio, l'*equazione iconale*, che è quella dei fronti d'onda di un'onda luminosa in un mezzo non omogeneo. Oppure ci sono equazioni completamente non lineari che nascono dalla finanza matematica, per esempio dai modelli delle "opzioni americane". Nella teoria dei giochi c'è l'*equazione di Isaac*, che è completamente non lineare. Oppure c'è l'equazione Monge-Ampère, un'equazione dell'800, completamente non lineare, che è importante nella teoria moderna del *trasporto ottimale*. Per trattare questo tipo di equazioni, i metodi di analisi funzionale non funzionano tanto bene. Negli anni '70 i matematici Crandall, Ishii, insieme a Pierre Luis Lions, che ha vinto la medaglia Fields, hanno elaborato una nozione di soluzione adatta a queste equazioni. Si chiamano *soluzioni di viscosità*. Sono un po' l'analogo del punto di vista macroscopico. La teoria che si è svolta attorno a questa nozione di soluzione dà proprietà piuttosto generali, come l'esistenza, l'unicità, però non si andava a esplorare le proprietà della soluzione. Ad esempio: se ho un'equazione fully nonlinear dove compaiono derivate seconde, vorrei che la soluzione avesse davvero due derivate. Invece col concetto di soluzione di viscosità l'esistenza di derivate si scarica su una funzione "ausiliaria", la cosiddetta *funzione test*, mentre la soluzione potrebbe essere addirittura discontinua. Quindi c'è ancora il problema di capire la relazione che c'è tra la vera soluzione fisica e queste

soluzioni molto generali. L'equazione differenziale in sé è troppo difficile da studiare in senso classico, allora allarghiamo il concetto di soluzione, dimostriamo che la soluzione esiste, ma avendo allargato il concetto, per questa soluzione "tutto può succedere". Invece io vorrei tornare indietro e capire cosa diavolo ho trovato, che proprietà ha questa soluzione, se veramente quello che ho trovato era quello che volevo dal punto di vista fisico.

Questo è il problema della regolarizzazione?

Sì, dal punto di vista del matematico questa è la *teoria della regolarità*, che è la parte più "rognosa". Consiste in questo: dopo che si è stabilita l'esistenza di una soluzione che a priori potrebbe essere molto poco regolare, si vuole dimostrare a posteriori che in realtà la soluzione trovata è necessariamente "abbastanza regolare". Ed è lì che ancora Caffarelli entra con i suoi metodi. Uno dei primi risultati eclatanti è l'estensione al caso *fully nonlinear* del famoso risultato di De Giorgi, che era un teorema di regolarità *per equazioni lineari*. Con questo risultato del 1956 Ennio De Giorgi aveva risolto il famoso "19° problema di Hilbert"[6]. Con le tecniche "alla De Giorgi", travasate opportunamente, Luis riesce a dare una sorta di risultato equivalente, aprendo la porta anche qui alla teoria della regolarità. Sempre con metodi "microscopici". Ma per spiegare di più su questo problema si entra molto nel tecnico...

Quelli di cui stiamo parlando adesso sono risultati sia di esistenza che di regolarità?

Per Luis sono di regolarità.

E per quelli di frontiera libera anche?

Sì.

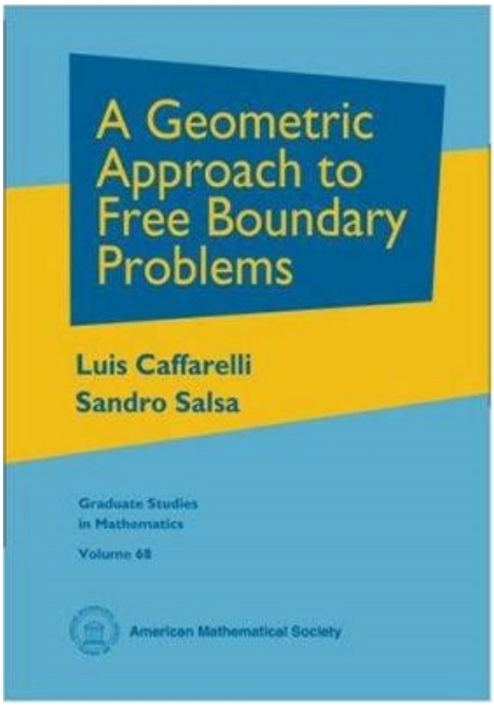
Quindi si può dire che il suo maggior contributo sono i risultati di regolarità.
Possiamo aggiungere qualche parola per dire cosa significa che Caffarelli ha introdotto in questi problemi un'*analisi microscopica*?

Diciamo il punto principale. Quando io voglio analizzare la frontiera libera, l'interfaccia tra i due domini adiacenti incogniti, Caffarelli che cosa fa per capire com'è fatta? Prendiamo un punto della frontiera libera e facciamo una sorta di ingrandimento della soluzione, un ingrandimento infinito; vediamo cosa succede di questa soluzione *al limite*. A questo punto lui cataloga i vari tipi di comportamento. Che cosa viene fuori? Per esempio, se io ho un punto in cui la superficie è molto liscia e faccio un ingrandimento, al limite viene fuori un piano. Se ho una punta (un "punto angoloso"), se faccio un ingrandimento resta una punta. Se ho una cuspide, al limite ho una semiretta. Sulla base di queste considerazioni lui torna indietro e inferisce su quella che è al finito la configurazione della soluzione. Questo è il cosiddetto metodo del "blow-up" per la catalogazione delle soluzioni globali, cioè quelle ingrandite all'infinito nell'intorno di un punto. Lui ha inventato un microscopio che ti dice com'è fatta la frontiera libera, cambiando radicalmente l'approccio al problema. Questo è nell'articolo del 1977 su Acta Mathematica, il primo lavoro che l'ha reso famoso.
Da lì ha elaborato un sacco di altre teorie, basate sempre su questa capacità di eseguire l'analisi microscopica. Ma devi andare a capire qual è il punto principale, cos'è che devi ingrandire e come.

Dopo aver dato qualche idea sulla matematica di cui si tratta, veniamo a Caffarelli come persona, che tu hai conosciuto bene. Ci racconti com'è iniziata e come si è snodata la tua collaborazione con Luis Caffarelli?

La nostra collaborazione è iniziata nel 1978/79. Quell'anno sono stato a Minneapolis, alla University of Minnesota, dove ero andato per lavorare con Gene Fabes, matematico piuttosto noto. Luis Caffarelli era Assistant Professor allora. Noi stavamo studiando certe questioni di comportamento alla frontiera del dominio per soluzioni di equazioni alle derivate parziali e Luis si è interessato a questi problemi. Abbiamo iniziato a parlare, con lui, Fabes e Mortola (un altro matematico italiano che in quel periodo era a Minneapolis). Ne è venuto fuori un primo lavoro insieme. Poi per un po' con Caffarelli non ho più lavorato. Nel 1986/87 sono diventato ordinario, l'anno dopo ho organizzato un convegno qui al Politecnico invitando come relatori Caffarelli, Fabes, Kenig, Wheeden.

Cioè quattro grandi nomi dell'analisi matematica, allora. Mi ricordo, c'ero anch'io ad ascoltare, appena laureato…



C'era anche Athanasopoulos, un matematico greco che era stato uno dei primi studenti di PhD di Caffarelli a Minneapolis. Loro avevano fatto un lavoro sul problema di ostacolo, sul problema di Signorini. Rimaneva aperto un problema di regolarità per il problema di Stefan. Athanasopoulos mi invitò in Grecia per lavorarci insieme. Io ci sono andato nel 1990, e siamo riusciti a dimostrare un risultato per il problema di Stefan a una fase. Allora ci siamo detti: "per il problema a due fasi andiamo dal Guru!". Così siamo andati a Princeton, perché nel frattempo Caffarelli si era spostato all'*Institute for Advanced Studies* di Princeton, dov'era full professor. Siamo andati lì, nel '90, e abbiamo iniziato a studiare il problema di Stefan a due fasi. Noi cercavamo di estendere quello che avevamo fatto nel caso a una fase, anche sull'onda dei risultati strepitosi che Luis aveva ottenuto nel caso stazionario (il cosiddetto problema di Bernoulli) per i quali avrebbe certo meritato la medaglia Fields: sono convinto (con qualche riscontro…) che non l'abbia avuta per meri motivi geopolitici. La nostra idea si rivelò sbagliata: quello che volevamo dimostrare era falso. Ce ne siamo accorti due anni dopo, trovando un contresempio. Poi abbiamo capito che cosa e come fare, producendo una serie di tre articoli. Su invito di L. Evans[7], Luis ed io abbiamo poi scritto una monografia per l'American Mathematical Society, su questi lavori e su quelli di Luis riguardanti il caso stazionario, menzionato sopra.
All'inizio degli anni 2000, dopo essersi trasferito a Austin, in Texas, Luis propose a Silvestre, allora suo studente di dottorato, il problema della regolarità dell'ostacolo per il laplaciano frazionario, come tesi di dottorato. Abbiamo collaborato prima con Silvestre e poi con Caffarelli e Athanasopoulos, ottenendo risultati abbastanza completi sulla regolarità. Quei lavori hanno aperto tutto un filone di ricerca sul laplaciano frazionario, sulle equazioni integro-differenziali, non locali, a cui hanno contribuito altri numerosi matematici. L'ultimo nostro lavoro è uscito nel 2007/08. In seguito non abbiamo più avuto modo di collaborare, pur tenendoci sempre in contatto.

Luis Caffarelli è Argentino, ma la sua carriera matematica è stata tutta negli Stati Uniti. Sai come ha iniziato?

Caffarelli durante il College in Argentina, a Buenos Aires, credo che non avesse l'intenzione di occuparsi di analisi matematica, credo fosse orientato verso la fisica o verso l'algebra. Antoni Zygmund[8], che a quei tempi, anni '70, era uno dei due grandi analisti armonici insieme a Alberto Calderón, era andato a fare un corso a Buenos Aires, e Caffarelli era andato a seguirlo. Durante il corso Zygmund, da matematico eccellente quale era, proponeva anche dei problemi aperti. Luis ne ha risolti alcuni. Avendone constatato il talento, Zygmund lo invitò ad andare negli Stati Uniti. E lì è iniziata l'avventura, prima terminando il suo dottorato all'università di Buenos Aires ma con un *advisor* dell'Università di Chicago, e poi con una posizione post-Doc all'Università del Minnesota.

Approcciando una persona così, ti colpisce di più vedere "quante cose sa" (in termini di conoscenze, di aree della matematica...), o più il vedere il suo saper inventare o reinventare cose, andare avanti? Quanto il suo modo di lavorare assomiglia al mettere insieme pezzi di un puzzle, perché uno sa tante cose, e quanto invece è un inventare, come "da zero"?

Questa è una domanda azzeccatissima su Caffarelli. Ti rispondo per prima cosa dicendo che a casa sua, quando ci sono andato, c'erano *due libri* di matematica, DUE: i due volumi di "Trigonometric Series" di Antoni Zygmund, e basta! Questo ti fa capire che lui *la fa*, la matematica. Un po' come De Giorgi. C'è gente che la matematica *la fa*, e c'è gente che *la studia*, *la porta avanti*... Ecco, diciamo che Caffarelli è nella categoria delle persone che la fanno, la matematica.

Naturalmente qualche cosa deve sapere. Però lui crea. Veramente certe tecniche le ha create lui.

Però anche solo per avere l'idea del problema interessante, deve essere molto sul pezzo riguardo allo stato dell'arte...

Sì, ma sai, lui va a un convegno, parla con qualcuno, entra subito nell'argomento. Se gli piace, tac! Ai convegni ci va, viene invitato, entra dentro nei problemi parlando con gli altri... Poi ci sono i problemi secolari, per esempio l'equazione di Navier-Stokes: anche lì, tutti attaccavano il problema con tecniche di analisi funzionale, da Leray-Schauder in poi, con tecniche di punto fisso... Mi ricordo che quando lui parlava dell'equazione di Navier-Stokes diceva: "Mah, la difficoltà dell'equazione di Navier-Stokes, oltre al fatto che è non lineare, è che è un'equazione *non locale*"[9]. Ma come? Equazione non locale? E' un'equazione differenziale! "Perché –lui diceva- quando tu cambi la pressione[10] in un punto, questa istantaneamente si propaga in tutte le direzioni". Quindi quell'equazione lì è intrinsecamente non locale, anche se la sua formulazione è locale. Lui aveva questa intuizione. In questo caso non è riuscito a risolvere il grosso problema, il "problema del millennio"[11], ma ha dato un contributo importante. Credo che il più grosso contributo sul tipo di singolarità che una soluzione può produrre nel corso del tempo l'ha data lui, con Nirenberg e Kohn. Il paper di Caffarelli-Kohn-Nirenberg, degli anni '80, è ancora uno dei più sofisticati che ci siano.

Questi premi internazionali importanti, come il premio Abel, quest'ultimo che ha vinto, che significato hanno per la comunità internazionale? Cosa vogliono sottolineare?

Beh, credo che questo sia il premio più prestigioso che ci sia, più della stessa medaglia Fields. La differenza è che la medaglia Fields la prendi quando sei giovane[12], però questo premio come prestigio è superiore, perché è un premio un po' a tutta la tua carriera, e proprio al grande impatto che tutto il tuo lavoro ha avuto sulla comunità matematica. E' proprio questo: originalità, impatto, creatività...

Questo mi sembra un punto importante da spiegare, perché credo che di solito uno pensi "ha preso un premio perché avrà fatto *una cosa* molto importante".

No, no, no!

Non si prende il premio perché si è fatta *una cosa* molto importante, ma per il complesso di una carriera di lavoro: è una sorta di Oscar alla carriera.

Sì. La medaglia Fields è quello che dicevi prima: hai fatto una cosa eclatante, magari non una sola ma più cose collegate. Per esempio la medaglia Fields che ha vinto Pierre Luis Lions (in cui tra l'altro era in commissione Luis) l'ha presa per le soluzioni viscose e altre cose collaterali. Ma non è paragonabile a questo: dove ha messo le mani Luis, ha cambiato. In ogni campo in cui Luis ha messo le mani, ha cambiato l'approccio di studio.

Caffarelli ha avuto più di trenta allievi di PhD. Ma com'è lui con i collaboratori più giovani?

E' sempre disponibile. E' il suo modo di fare.

Ma per capirlo? Questi allievi sputano sangue per capire le sue idee?

Ecco, soprattutto all'inizio io facevo un po' fatica a capire quello che diceva. Ti racconto un episodio. A Princeton c'era un matematico argentino, Mario Milman. Tra il '90 e il '96 io e Athanasopoulos andavamo lì per lavorare con lui sul problema di Stefan a due fasi. Avevamo l'ufficio in un corridoio a ridosso della biblioteca, c'era anche l'ufficio di Mario Milman. Un giorno io e Athanasopoulos usciamo dall'ufficio per chiamare Milman e andare a pranzo in caffetteria insieme. Vediamo la sua porta socchiusa. Entriamo e vediamo Mario in piedi, immobile, che guarda fisso la lavagna. "Mario, cos'è successo?" "Indovina chi è stato qua". "Fai vedere". Sulla lavagna c'erano tre scarabocchi. Ma proprio tre scarabocchi! Evidentemente di Luis. E Luis spiegava le sue cose così. Quando spiegava era esilarante. Dovevi interpretarlo, io ci ho messo un po'.

Mi ricordo che quando parlava in Italia passava da una lingua all'altra continuamente: un po' di inglese, un po' di spagnolo, un po' di italiano, senza soluzione di continuità...

Sì, un fenomeno.

Com'è stato per te collaborare con lui?

Lui è totalmente empatico, libero di sentire le tue idee, è una persona amabilissima, non ti fa mai pesare che lui è il fenomeno e tu un essere umano. Sempre aperto a discutere su idee che ti possono venire, proposte, e poi soprattutto lui elargisce proposte su come avanzare, che problema affrontare, con quale tecnica... Lavorare con lui è fantastico. C'è solo da imparare. E poi il bello è che puoi dire quello che vuoi. Con altri matematici devi stare un po' attento. Con lui no. "Luis, cosa pensi di questo?" Se pensava fosse sbagliato ti diceva "No, beh, non può essere". Poi dovevi capirlo da solo perché non poteva essere, però c'era completa libertà di scambio di idee. Più che altro c'era poco "scambio", le idee andavano da una parte all'altra. Poi i conti lui non li faceva mai. Difatti sui dettagli a volte... E poi aveva così tanti collaboratori (ne avrà più di 100) che in un certo senso era facilissimo interagire con lui. Ed era divertente, ci si divertiva con lui.

Quindi un matematico che vede i risultati e le strade senza bisogno dei dettagli. Non si sa bene come.

Stampacchia[13] diceva di Caffarelli che di tipi così ne nasce uno ogni 50 anni, mentre Hans Lewy[14] diceva che Luis vedeva le funzioni armoniche: le *vedeva*. E Luis era convintissimo che vedere le funzioni armoniche era un po' il perno di tutto, di tutte le equazioni a derivate parziali. Questo diceva di averlo capito parlando con Hans Lewy, la prima volta che era andato in California. "Perché tutto sommato lì c'è un po' dentro tutto".

Un punto di vista molto geometrico il suo, no?

Sì, molto geometrico.

Qualche altro aspetto che vuoi raccontare di lui?

Un'altra cosa inusuale di Caffarelli è la sua poliedricità. Di solito un matematico si dice che fa solo quello, o è tutto preso ed è un po' avulso dalla realtà. Caffarelli tutt'altro. A parte che abbiamo fatto delle grandi mangiate e bevute, perché lui è un cuoco sopraffino! Non solo: a Princeton si faceva i mobili da solo.

Mobili?

Mobili: comodino, tavoli. Fa il falegname. Oppure: una volta a Princeton vedo un ingegnere che arriva in ufficio per lui, aveva un problema di antenna. Lui gliel'ha risolto. Una poliedricità incredibile.

Marco Bramanti
(Dipartimento di Matematica, Politecnico di Milano)

Note

[1] Il Courant Institute of Mathematical Sciences è un centro di ricerca molto famoso a livello internazionale, all'interno della New York University. Louis Nirenberg (1925 – 2020), americano, è stato uno dei grandi nomi dell'analisi matematica del 20° secolo.

[2] Ennio De Giorgi (Lecce, 1928-Pisa, 1996) è stato uno dei matematici italiani più famosi a livello internazionale del 20° secolo, animando per decenni la ricerca alla Scuola Normale Superiore di Pisa.

[3] L'analisi funzionale è il settore dell'analisi matematica, nato tra fine '800 e inizi '900 e maturato negli anni 1930, che, astraendo dalle proprietà degli *spazi di funzioni* (continue, derivabili, integrabili…), studia le proprietà degli *spazi astratti* (che vengono pensati come spazi aventi proprietà geometriche analoghe allo spazio usuale, ma *dimensione infinita*) e degli *operatori* che agiscono tra questi spazi. Questo contesto generale astratto è diventato, dagli anni 1930 circa, quello naturale per ambientare i problemi differenziali e cercare di provarne le "buone proprietà", come l'*esistenza e unicità* della soluzione comunque si assegnino i dati, o la *stabilità* della soluzione per piccole variazioni dei dati.

[4] Il calcolo delle variazioni è quell'area dell'analisi matematica che studia problemi di massimo o minimo dove l'incognita non è un numero o un punto ma una *funzione*: si cerca la funzione che rende massima o minima una certa quantità, o *funzionale* (spesso rappresentato da un opportuno integrale che coinvolge la funzione stessa). In molti problemi questo funzionale rappresenta qualche tipo di *energia* fisica.

[5] Questo modello sarà citato ancora nel seguito, per la sua importanza. Si tratta di un sistema di equazioni differenziali non lineari che descrive il moto turbolento di un fluido. Le funzioni incognite sono le componenti della velocità del fluido e la pressione. E' un modello molto complesso e, non ostante sia stato introdotto già nel 19° secolo, molte questioni fondamentali a riguardo sono ancora aperte.

[6] Nel 1° Congresso Internazionale di Matematica, tenuto nel 1900 a Parigi, il famoso matematico David Hilbert pose alla comunità matematica una serie di problemi che secondo lui avrebbero sfidato i ricercatori nel secolo a venire. Per molti di questi problemi fu proprio così. In particolare, il risultato di De Giorgi a cui qui ci si riferisce costituì l'ultimo passo logico che mancava per risolvere il 19° problema di Hilbert, che riguardava la regolarità delle funzioni che rendono minimi certi funzionali del *calcolo delle variazioni*. (Si veda anche la precedente nota 4).

[7] Lawrence Evans (1949), professore alla University of California, Berkeley, esperto di equazioni alle derivate parziali, vincitore nel 2004 dello Steele Prize. E' anche autore di un libro di testo molto noto sulle equazioni alle derivate parziali.

[8] Antoni Zygmund (1900-1992), matematico polacco emigrato negli Stati Uniti nel 1940. Suo allievo di dottorato è stato Alberto Calderón (1920-1998), matematico argentino anch'egli emigrato negli Stati Uniti. Insieme, all'Università di Chicago, hanno creato un importante gruppo di ricerca in *analisi armonica*. I loro nomi sono legati in particolare alla creazione della *teoria degli integrali singolari*.

[9] Un'equazione si dice *locale* se per sapere se la funzione $u(x)$ risolve l'equazione in un punto x_0 è sufficiente conoscere i valori di $u(x)$ nei punti x *vicini a* x_0; si dice *non locale* se invece per verificarlo occorre conoscere i valori di $u(x)$ in tutti i punti (anche quelli "lontani da x_0"). In generale, le equazioni differenziali sono equazioni locali; esempi di equazioni non locali sono quelle che coinvolgono la funzione incognita anche attraverso qualche integrale (oltre che eventualmente attraverso derivate, e in questo caso si chiamano *equazioni integro-differenziali*). Le equazioni di Navier-Stokes sono un sistema di equazioni differenziali, perciò rigorosamente parlando sono equazioni locali. Questo è ciò che rende paradossale l'affermazione di Caffarelli qui riportata.

[10] La pressione è una delle funzioni incognite nel sistema delle equazioni di Navier-Stokes.

[11] I problemi del millennio (*Millennium problems*) sono sette problemi matematici posti all'attenzione dei matematici dall'Istituto matematico Clay. Per ciascuno di essi è previsto un premio di un milione di dollari per chi lo risolve. Uno dei problemi riguarda le equazioni di Navier-Stokes: dimostrare (o confutare!) l'esistenza di una soluzione regolare del sistema di equazioni di Navier-Stokes per ogni condizione iniziale.

[12] La medaglia Fields, assegnata ogni 4 anni a più matematici, è solitamente considerata (a torto o a ragione) "l'equivalente del Nobel per la matematica". Una regola non scritta è che questo premio sia assegnato solo a persone che non hanno ancora compiuto 40 anni di età (un'età piuttosto giovane per aver fatto qualcosa di risonanza mondiale in matematica). Di conseguenza il premio "cambia la vita" di chi lo riceve, che da quel momento si trova al centro del mondo della ricerca, con contatti e collaborazioni di altissimo livello: un fenomenale trampolino per la futura carriera, che vista l'età del vincitore può durare ancora molti anni.

[13] Guido Stampacchia (Napoli, 1922 – Parigi, 1978) è stato un importante matematico italiano, ha lavorato in molte università italiane tra cui Napoli, Roma, oltre che alla Normale di Pisa.

[14] Hans Lewy (1904 – 1998). Nato in Prussia, studiò e lavorò in varie università europee (tra cui Roma), finché nel 1933 emigrò negli Stati Uniti, dove pure lavorò in diverse università.

EMMECI quadro
Scienza Educazione E Didattica

DIRETTORE RESPONSABILE Mario Gargantini
https://www.ilsussidiario.net/news/emmeciquadro/

Aut. Trib. Milano n. 226 del 24.3.2000
ISSN 2240-0389
Emmeciquadro (online)