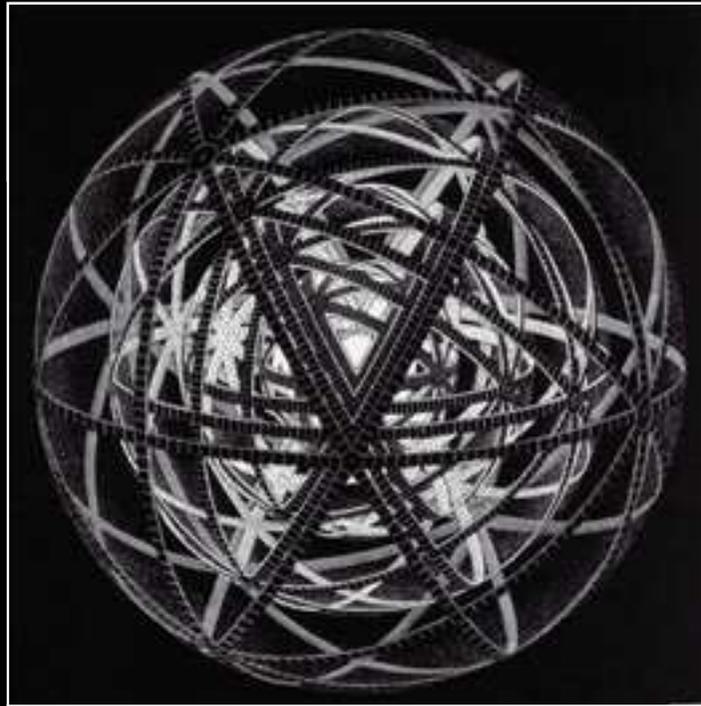


Milano, Dipartimento di Fisica, Università degli Studi di Milano
5 Marzo 2016 – Fisica e Biologia nel XX Secolo – Corso per Insegnanti

Spunti di Relatività

Maurits Escher - "Concentric Rings" - 1953 wood engraving



Marco Bersanelli
Dipartimento di Fisica
Università degli Studi di Milano



Fisica classica

Gli intervalli di spazio (la lunghezza di un'asta) e di tempo (la durata di un intervallo) non dipendono dall'osservatore:

OSSERVATORE O O'

SPAZIO $L = L'$

TEMPO $\tau = \tau'$



Galileo Galilei
(1564 - 1642)

Lo spazio e il tempo sono quantità «assolute»

- E' una proprietà talmente basilare da apparire ovvia
- Spazio e tempo sono grandezze fisiche fondamentali per la descrizione di qualunque fenomeno fisico

Relatività galileiana

Sistemi O e O' inerziali

Velocità $v_0 = \text{cost.}$ lungo asse x

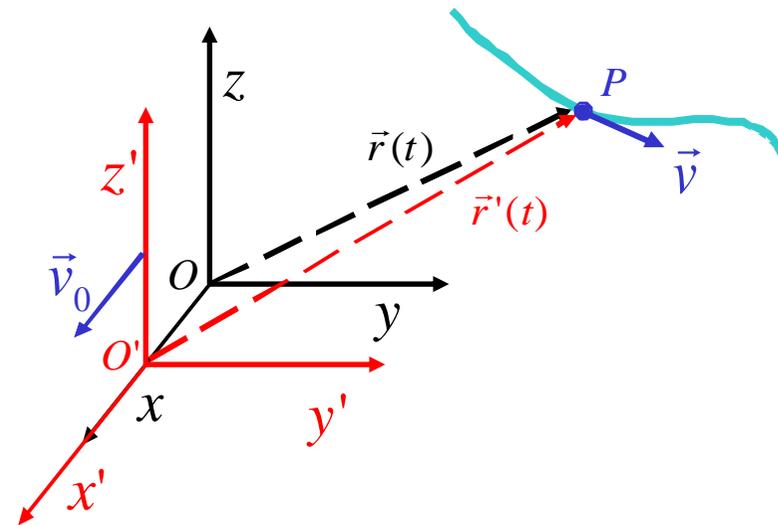
Trasformazioni galileiane

$$x' = x - v_0 t \quad v_x' = v_x - v_0$$

$$y' = y \quad v_y' = v_y$$

$$z' = z \quad v_z' = v_z$$

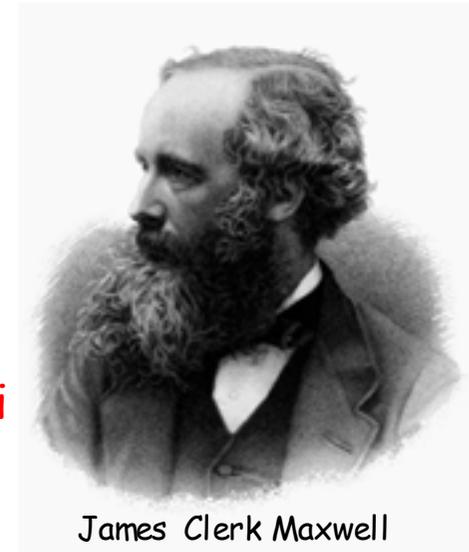
$$t' = t$$



Seconda metà del 1800 → Due problemi:

1. Leggi di Maxwell: Elettromagnetismo (1862):
→ **Non invarianti per trasformazioni galileiane**
2. Esperimento di Michelson & Morley (1887):
→ **La velocità della luce nel vuoto c è la stessa in ogni sistema di riferimento inerziale**

$$c = 299\,792 \text{ km/s}$$



James Clerk Maxwell
(1831-1879)

Equazioni di Maxwell (nel vuoto)

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad \vec{J} = 0 \quad \rho = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Permeabilità magnetica
del vuoto

Permittività elettrica
del vuoto



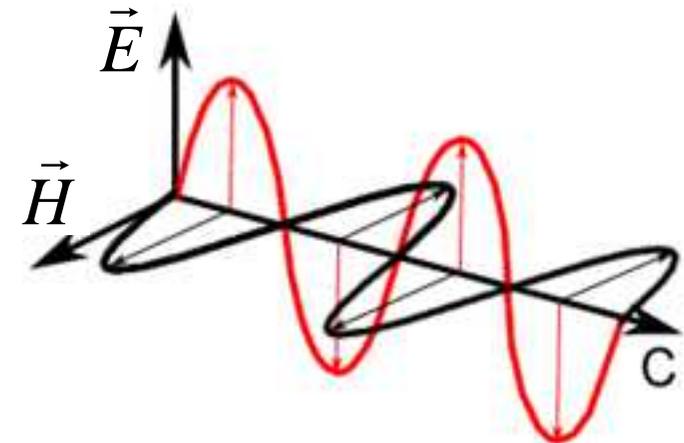
Equazione delle onde

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{H} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

(velocità ?)



$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

O.T. R.U. ATOME? $\iint \text{places } dS$ was done in the most general form in 1867. I have now lagged \mathcal{E} & \mathcal{H} from T & T' and have the numerical value of $\iint (Y_i^{(1)})^2 dS$ in 6 lines. Thus verifying $T+T'$'s value of $\iint (D_i^{(1)})^2 dS$.
 Your plan seems indep^t of $T+T'$ or of me. Publish!
 I am busy supplying the physical necessities of scientific life in $\text{Lect. II Seraphic Ferrass, Cambridge}$. Prooves have got ad^{er} as grooves, corrugated plates, gratings and $\text{ZC}^{(1)}$ rings. If you have time for criticism then
 $\iint (Y_i^{(1)})^2 dS = \frac{8\pi a^2}{2i+1} \frac{i+5}{2^5} \frac{i-5}{i} \frac{1}{i}$
 except when $s=0$ when $\iint (Q_i^{(1)})^2 dS = \frac{4\pi a^2}{2i+1}$
 Hence $\int_{-1}^{+1} (D_i^{(1)})^2 d\mu = \frac{2}{2i+1} \frac{2^5 i-5}{i+5} \frac{18}{18}$ without exception
 you $\frac{d^2}{dt^2}$



James Clerk Maxwell.

“This velocity is so nearly that of light, that it seems we have strong reason to conclude that light itself [...] is an electromagnetic disturbance in the form of waves propagated through the electromagnetic field according to electromagnetic laws.”

J.C. Maxwell, 1865

Velocità c rispetto a che cosa?

Esperimento di Michelson-Morley

Cleveland, Ohio, 1887



Albert A. Michelson
(1852-1931)

Ipotesi dell'etere

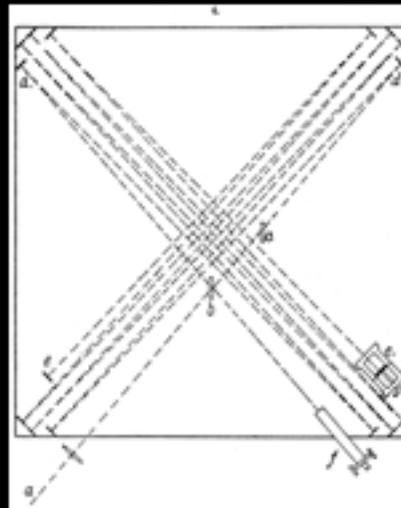
- Mezzo proprio della propagazione della luce
- La velocità della luce è uguale a c solo in sistemi di riferimento solidali con l'etere



Edward W. Morley
(1838 - 1923)

Esperimento:

Tentativo di misurare la velocità della Terra rispetto all'etere



4 riflessioni
Cammino ottico: 11m



A.Michelson: Premio Nobel 1907

Esperimento di Michelson-Morley

Sfasamento in S dovuto alla differenza di cammino ottico tra A-C-A e A-B-A

Velocità della luce nel sistema S lungo tratti AB e BA:

$$c_{AB} = c - v$$

$$c_{BA} = c + v$$

Tempo impiegato:

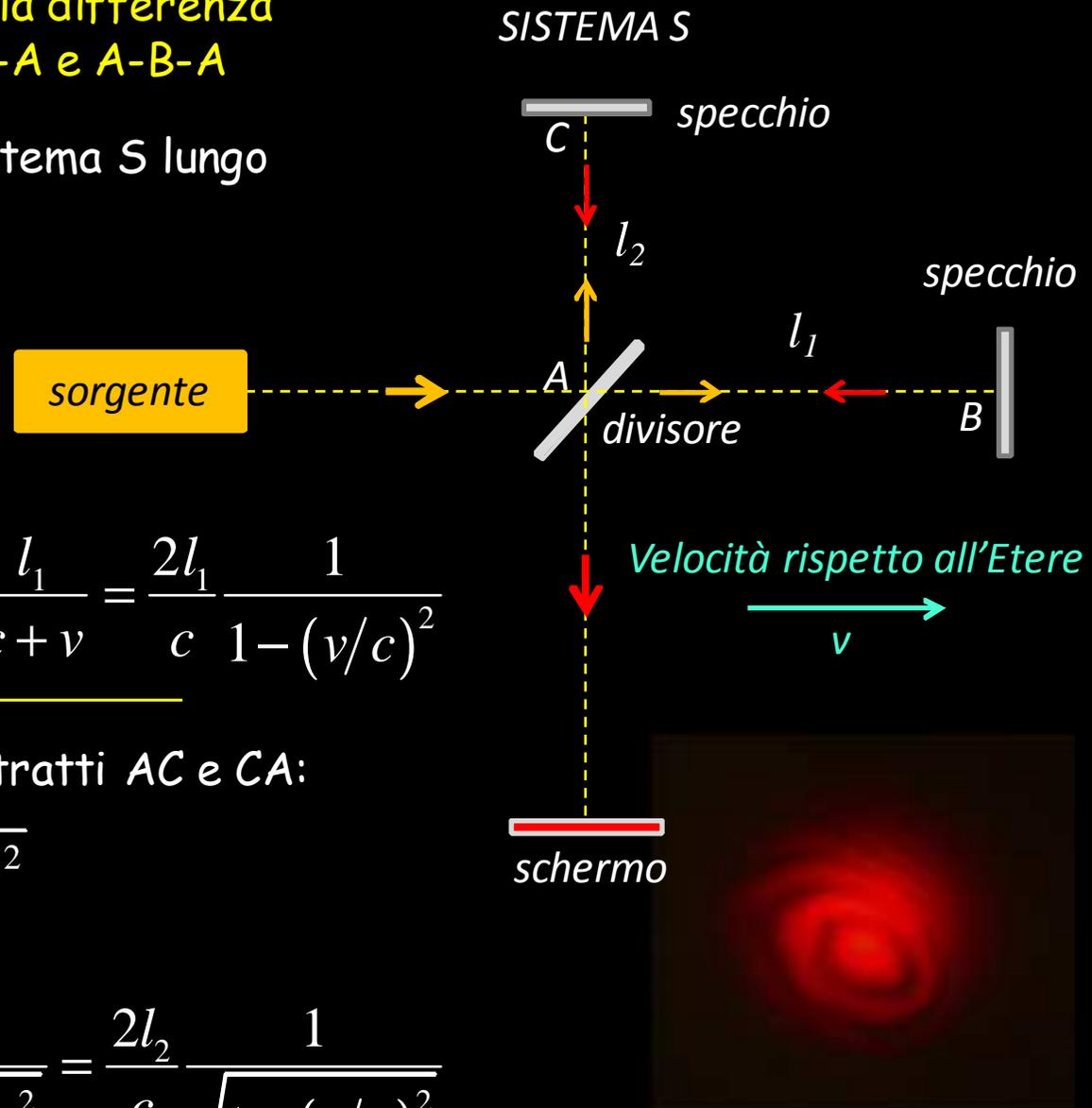
$$t_{ABA} = t_{AB} + t_{BA} = \frac{l_1}{c - v} + \frac{l_1}{c + v} = \frac{2l_1}{c} \frac{1}{1 - (v/c)^2}$$

Velocità della luce lungo tratti AC e CA:

$$c_{AC} = c_{CA} = \sqrt{c^2 - v^2}$$

Tempo impiegato:

$$t_{ACA} = t_{AC} + t_{CA} = 2 \frac{l_2}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2l_2}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

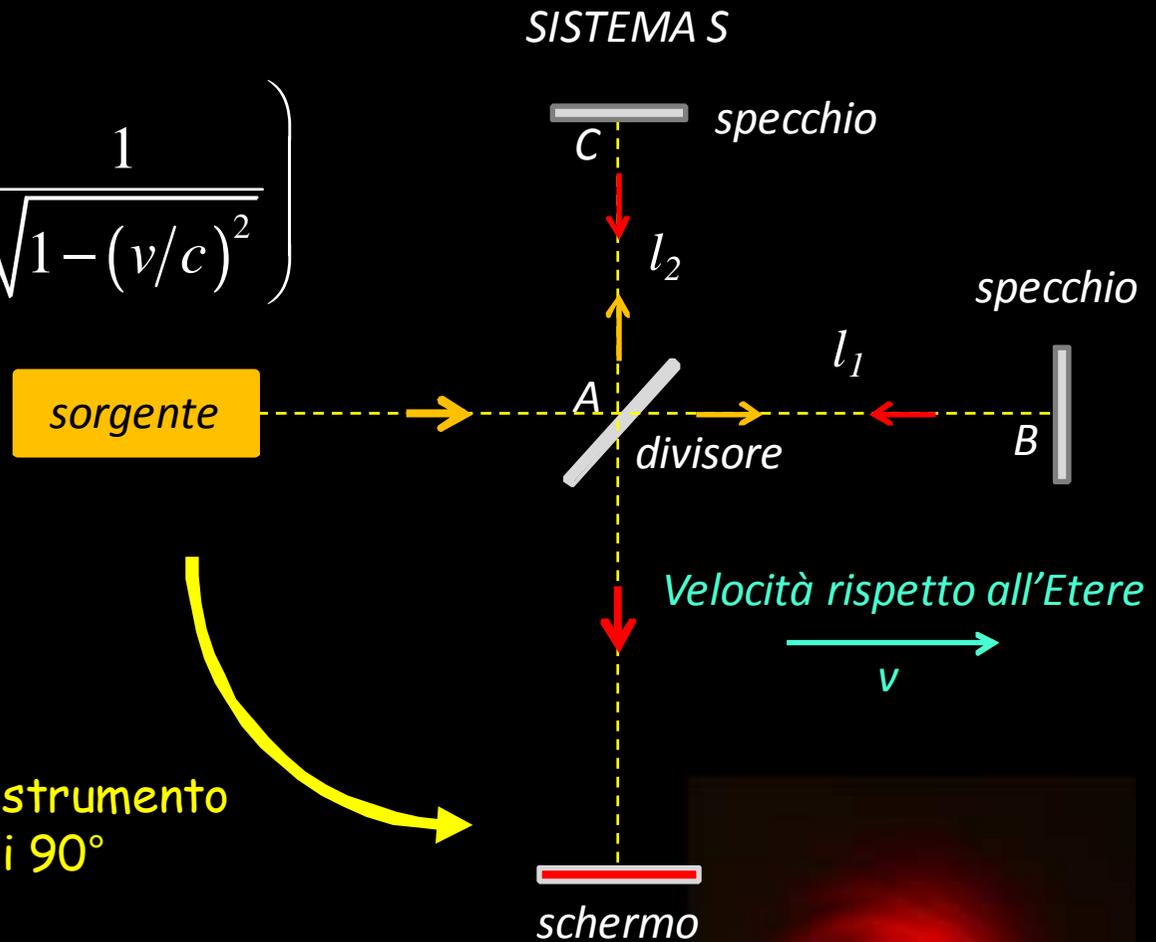


Sfasamento ϕ_{\parallel}

$$\phi_{\parallel} = \omega(t_{ABA} - t_{ACA}) =$$

$$= \omega \left(\frac{2l_1}{c} \frac{1}{1 - (v/c)^2} - \frac{2l_2}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \right)$$

→ Rotazione dello strumento di 90°



Sfasamento ϕ_{\parallel}

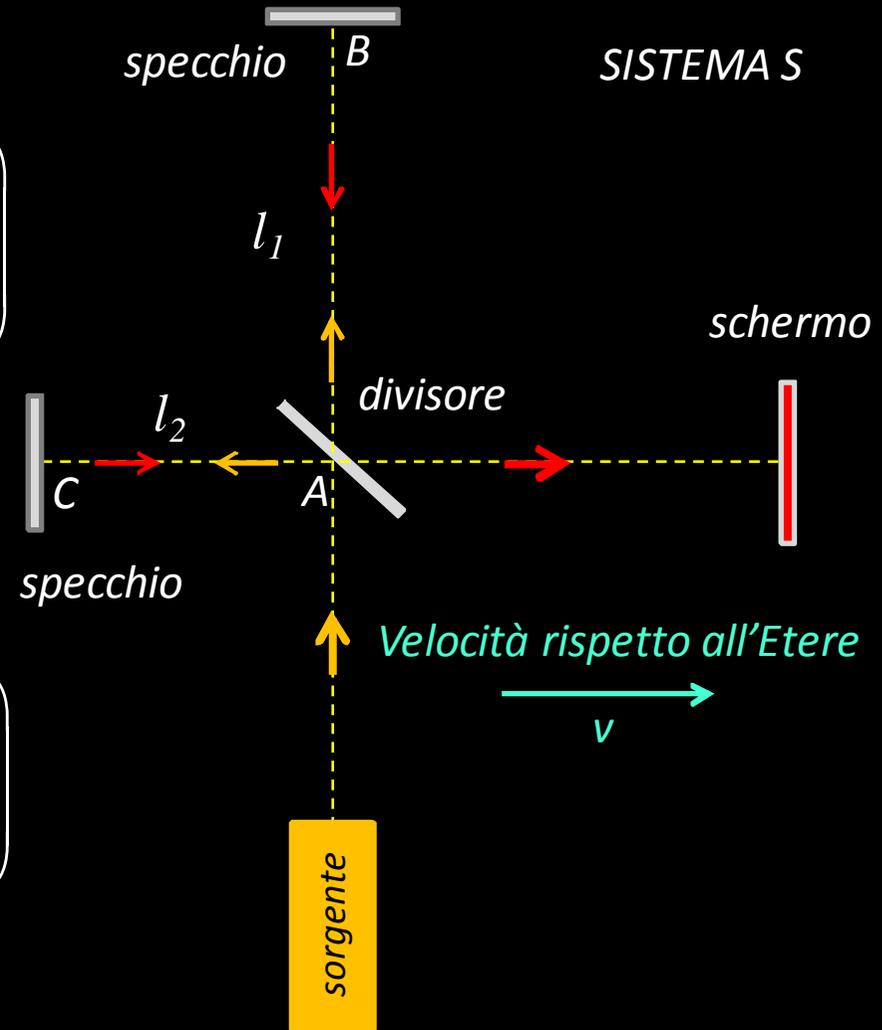
$$\begin{aligned}\phi_{\parallel} &= \omega(t_{ABA} - t_{ACA}) = \\ &= \omega \left(\frac{2l_1}{c} \frac{1}{1 - (v/c)^2} - \frac{2l_2}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \right)\end{aligned}$$

Sfasamento ϕ_{\perp}

$$\begin{aligned}\phi_{\perp} &= \omega(t_{ABA} - t_{ACA}) = \\ &= \omega \left(\frac{2l_1}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - \frac{2l_2}{c} \frac{1}{1 - (v/c)^2} \right)\end{aligned}$$

Differenza prima e dopo la rotazione:

$$\Delta\phi = \phi_{\perp} - \phi_{\parallel} \approx -\omega \frac{l_1 + l_2}{c} \left(\frac{v}{c} \right)^2$$



RISULTATO:
Nessuna variazione delle frange di interferenza!

Albert Einstein, 1905

«... Le stesse leggi dell' elettrodinamica e dell' ottica dovranno essere

valide per tutti

quei sistemi di riferimento per i quali valgono le equazioni della meccanica.

Collocheremo quest'ipotesi

(«*principio di relatività*»)

nello status di postulato...



...e inoltre introdurremo un altro postulato, che solo apparentemente è inconciliabile col precedente, e che afferma che la luce nello spazio vuoto si propaga sempre con una

velocità definita c

che è indipendente

dallo stato di moto del corpo che la emette.»

« *Zur Electrodynamik bewegter Körper* »
(*Sull'elettrodinamica dei corpi in movimento, 1905*)

- Einstein modifica la concezione di spazio e di tempo per «salvare»:
- Invarianza delle leggi di Maxwell (criterio «filosofico»)
 - Costanza della velocità della luce (dato osservativo)

Trasformazioni di Lorentz

Le trasformazioni più generali per le quali le leggi di Maxwell risultano invarianti

$$x' = \frac{x - v_0 t}{\sqrt{1 - v_0^2 / c^2}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{v_0}{c^2} x}{\sqrt{1 - v_0^2 / c^2}}$$



$$\gamma_0 \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - v_0^2 / c^2}} \rightarrow 1 \quad v_0 \ll c$$

*Per velocità piccole rispetto a c
si ritrovano le trasformazioni
galileiane*



Anche la misura del tempo
dipende dalla velocità
relativa tra i sistemi di
riferimento!
*Trasf. galileiane: assumono
implicitamente $t' = t$*

Trasformazioni relativistiche
per le componenti della velocità

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{v_x - v_0}{1 - \frac{v_0 v_x}{c^2}}$$

$$v'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{v_y}{\gamma_0 \left(1 - \frac{v_0 v_x}{c^2} \right)}$$

$$v'_z = \frac{dz'}{dt'} = \frac{v_z}{\gamma_0 \left(1 - \frac{v_0 v_x}{c^2} \right)}$$

FISICA CLASSICA



Galileo Galilei
(1564 - 1642)

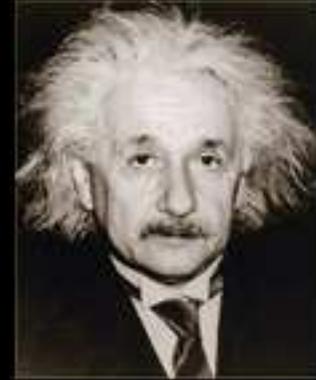
$$L' = L \quad \text{SPAZIO}$$

$$\tau' = \tau \quad \text{TEMPO}$$

RELATIVITA'

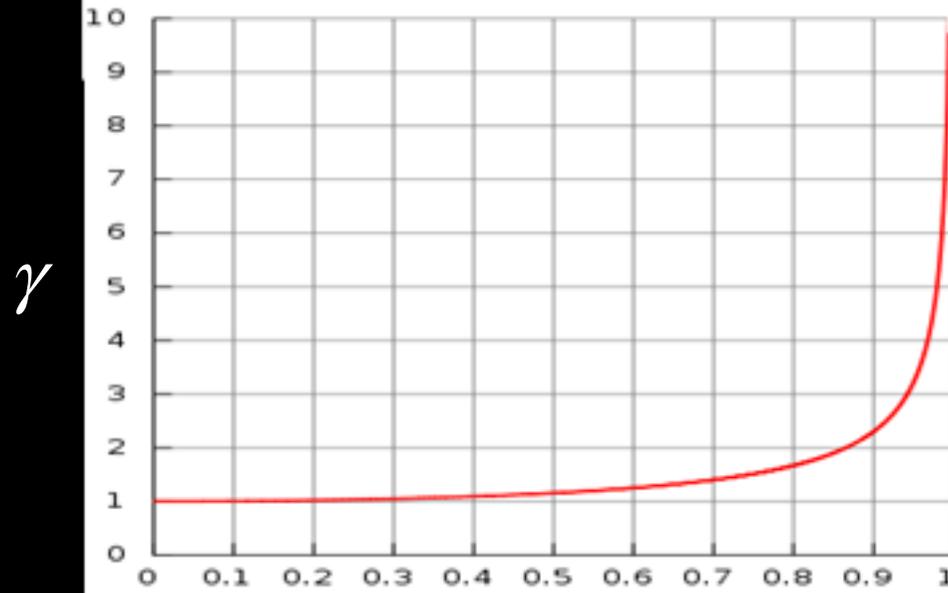
$$L' = \frac{1}{\gamma} L$$

$$\tau' = \gamma \tau$$



Albert Einstein
(1879-1955)

Fattore di Lorentz



Velocità
(rispetto alla velocità della luce)

Evento 1

(x_1, y_1, z_1, t_1)

Evento 2

(x_2, y_2, z_2, t_2)



Galileo Galilei
(1564 - 1642)

FISICA CLASSICA

Distanza spaziale
tra due punti

$$L^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2$$

Intervallo temporale
fra due istanti

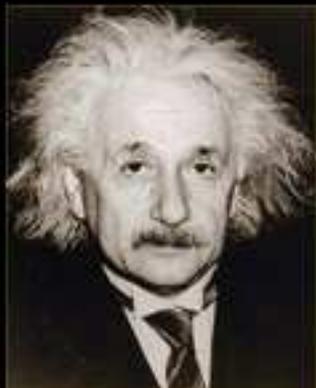
$$\tau^2 = (t_2 - t_1)^2$$

RELATIVITA'

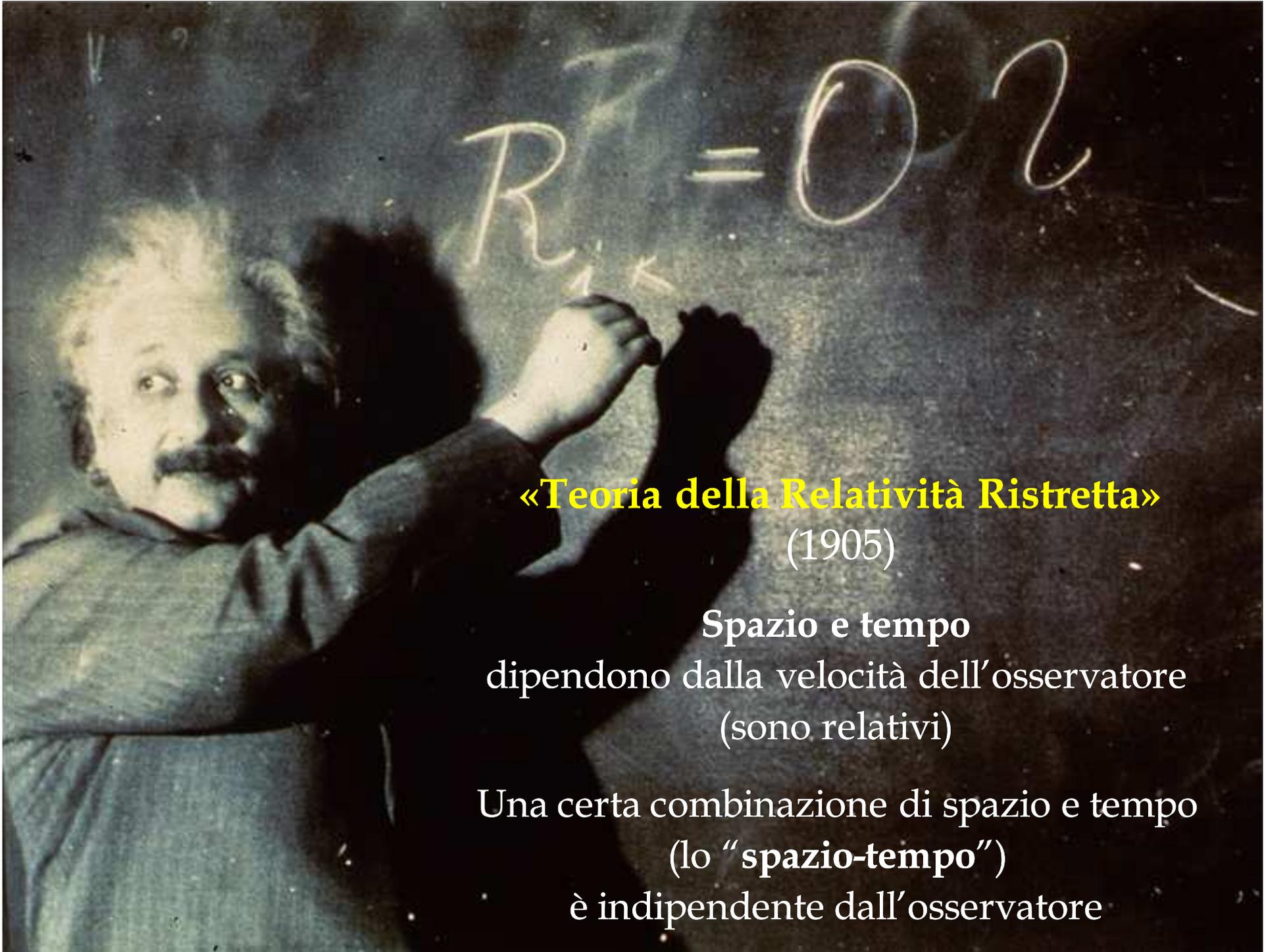
La "distanza" fra due eventi:
separazione spazio-temporale

$$d^2 = -c^2(t_2 - t_1)^2 + (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2$$

Invariante per trasformazioni di Lorentz
Indipendente dall'osservatore!



Albert Einstein
(1879-1955)



«Teoria della Relatività Ristretta»

(1905)

Spazio e tempo
dipendono dalla velocità dell'osservatore
(sono relativi)

Una certa combinazione di spazio e tempo
(lo "spazio-tempo")
è indipendente dall'osservatore

Albert Einstein, 1916

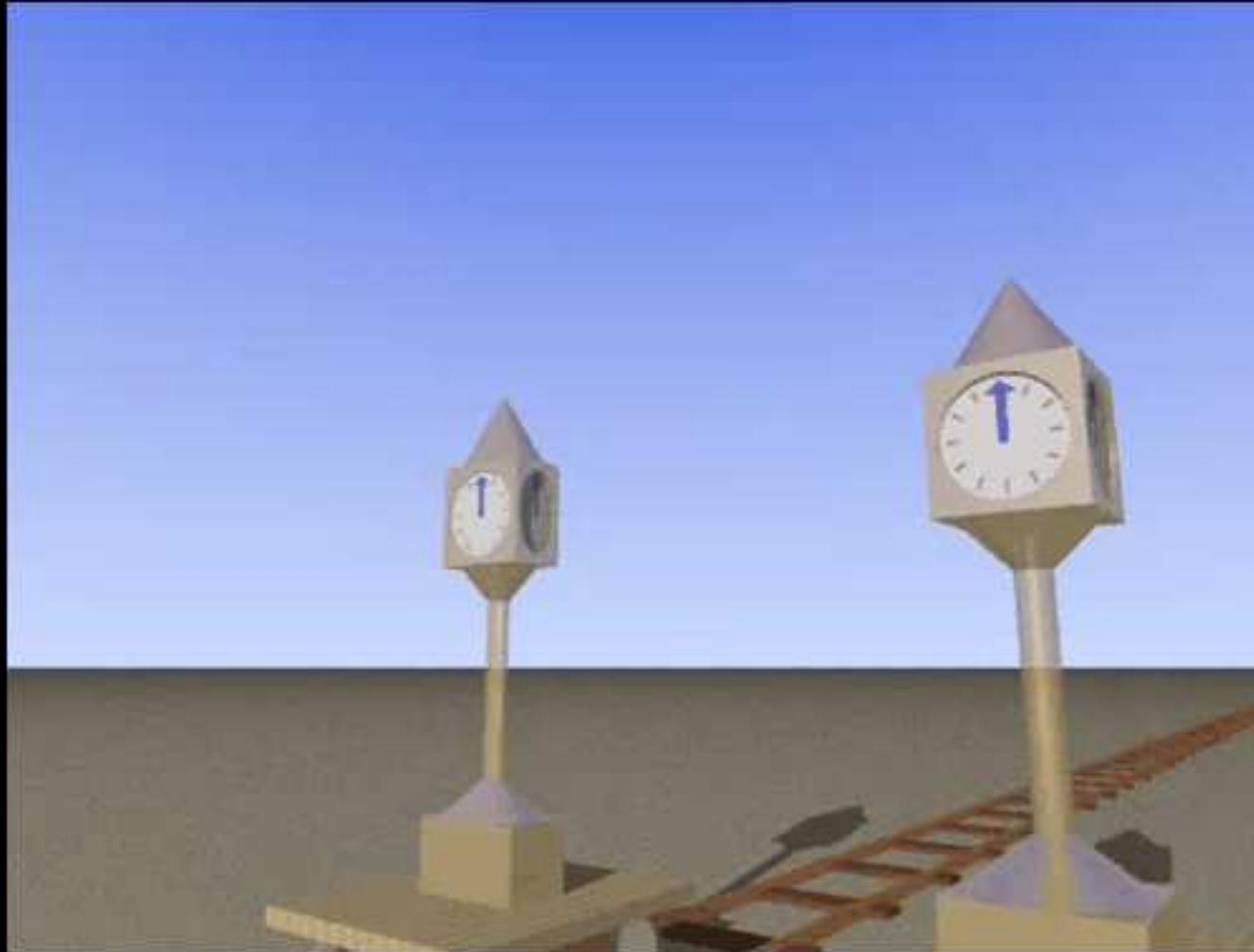
«... Quanto al nome
“teoria della relatività”,
confesso che è infelice e ha dato
spunto a parecchi malintesi
filosofici.»

*A.Einstein, 1921
Lettera a Eberhard Zschimmer*



«Teoria dell'invarianza»

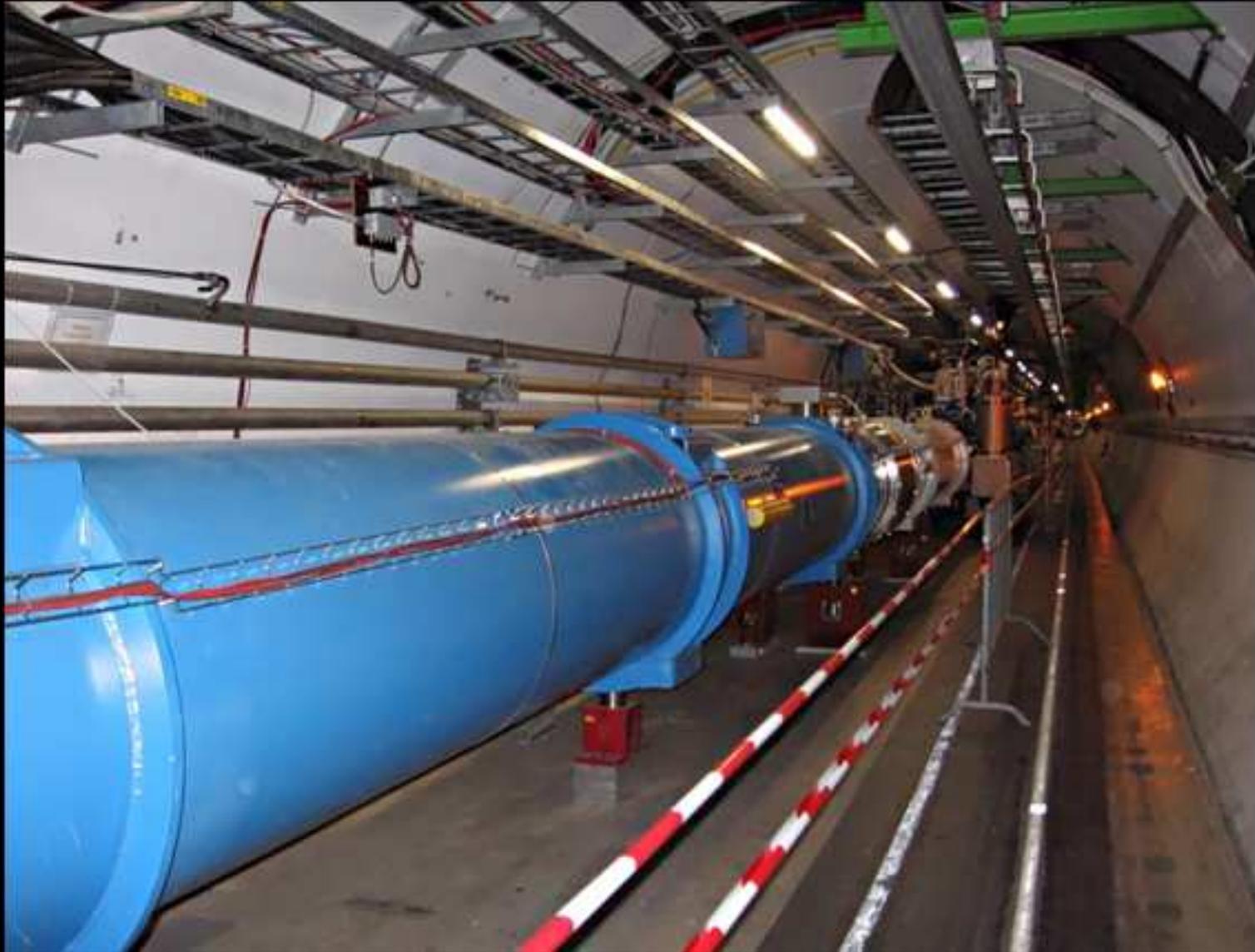
Dilatazione del tempo



LHC - Large Hadron Collider CERN, Ginevra

$$v = 99,999999\% c$$

$$\gamma \approx 7500$$



Relatività e GPS

Relatività Speciale:

Velocità del satellite: 3.8 km/s $\gamma_0 = 1,0000000000834$

L'orologio del satellite rallenta (rispetto ad uno sulla Terra) di $\sim 7\mu\text{s}$ al giorno

Relatività Generale:

Minor campo gravitazionale sul satellite:

→ Orologi accelerati di circa $45\mu\text{s}$ al giorno



Effetto globale: orologio satellitare accelerato di $38\mu\text{s}$ al giorno

→ Errore sulla posizione:

$$\delta x = c\delta t = (300000 \text{ km/s}) \times (0.000038 \text{ s}) = 11.4 \text{ km}$$

→ *Modifica al clock degli orologi satellitari*



**«Teoria della Relatività Generale»
(1916)**

*«La cosa più incomprensibile dell'universo
è che l'universo sia comprensibile.»*

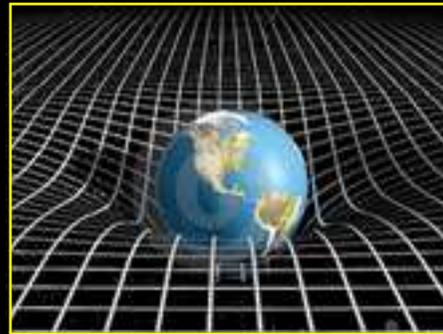
(A.Einstein)

Teoria della Relatività Generale (1916)

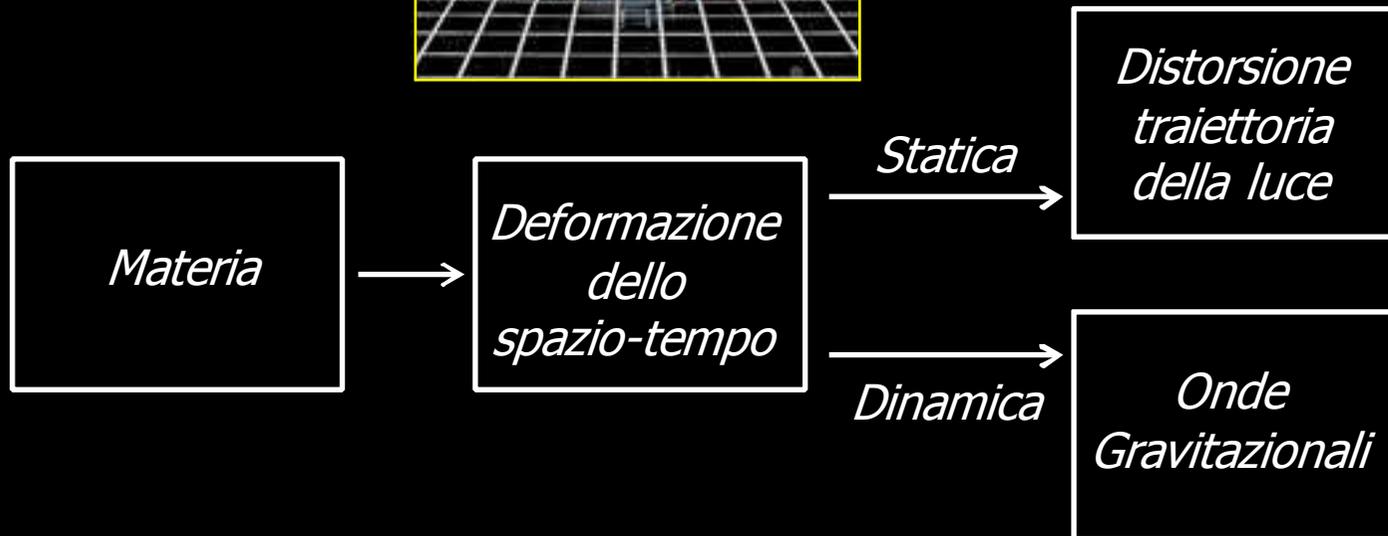
Una nuova visione della Gravità
Generalizzazione di "sistema inerziale"

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

Geometria,
curvatura dello spazio



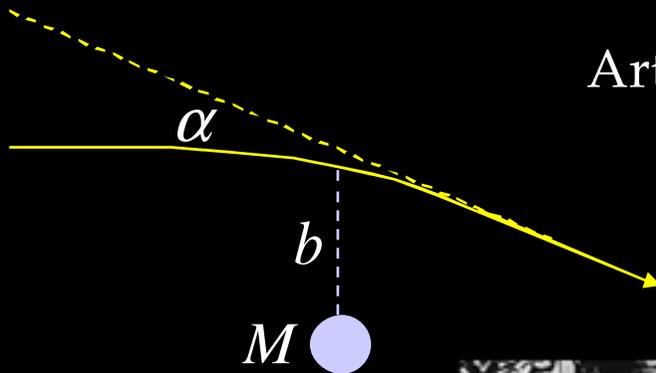
Distribuzione della
massa-energia



Teoria della Relatività Generale (1916)



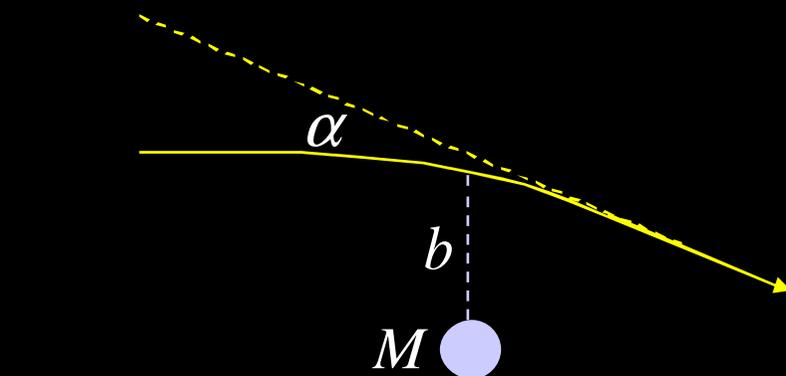
Eclisse 1919
Artur Eddington



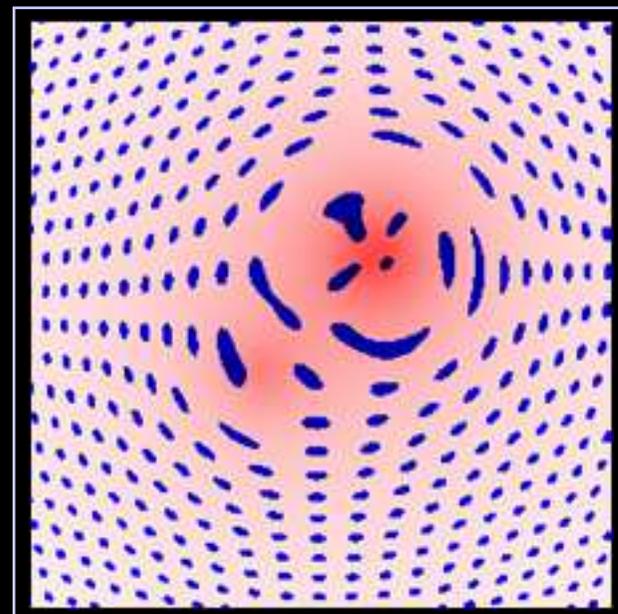
$$\alpha = \frac{4GM}{c^2 b}$$



Teoria della Relatività Generale (1916)



$$\alpha = \frac{4GM}{c^2 b}$$

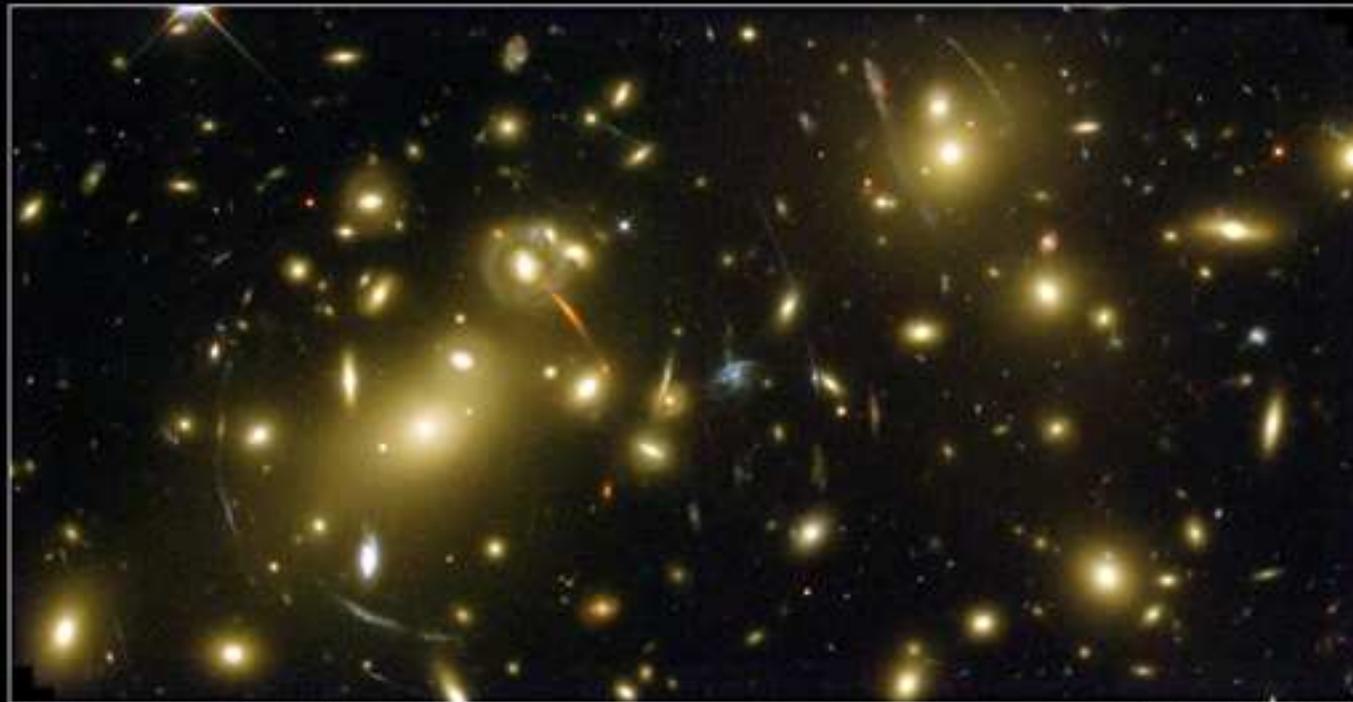


«Lente gravitazionale»

Teoria della Relatività Generale (1916)



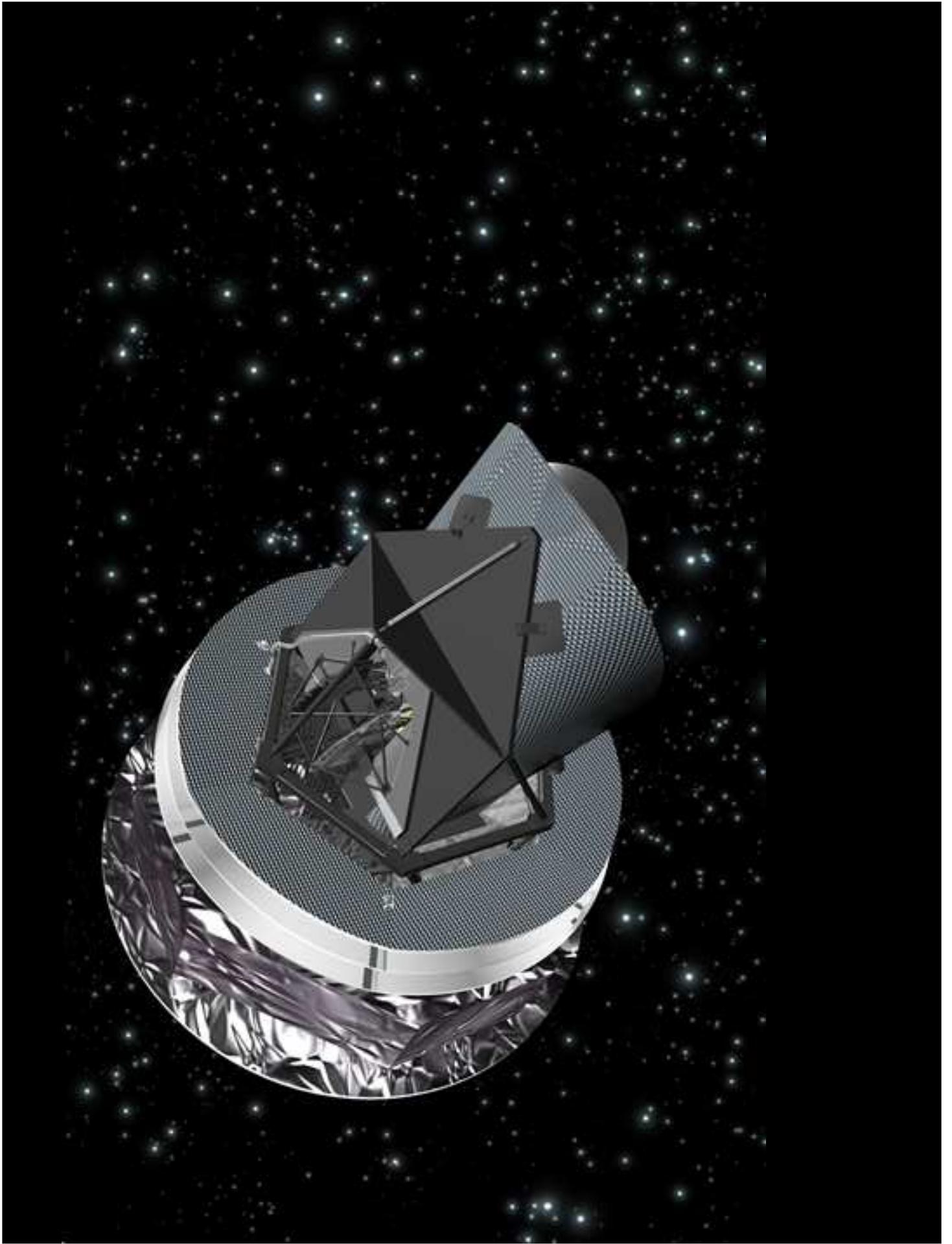
«Lente gravitazionale»

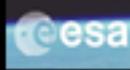


Galaxy Cluster Abell 2218

HST • WFPC2

NASA, A. Fruchter and the ERO Team (STScI) • STScI-PRC00-08

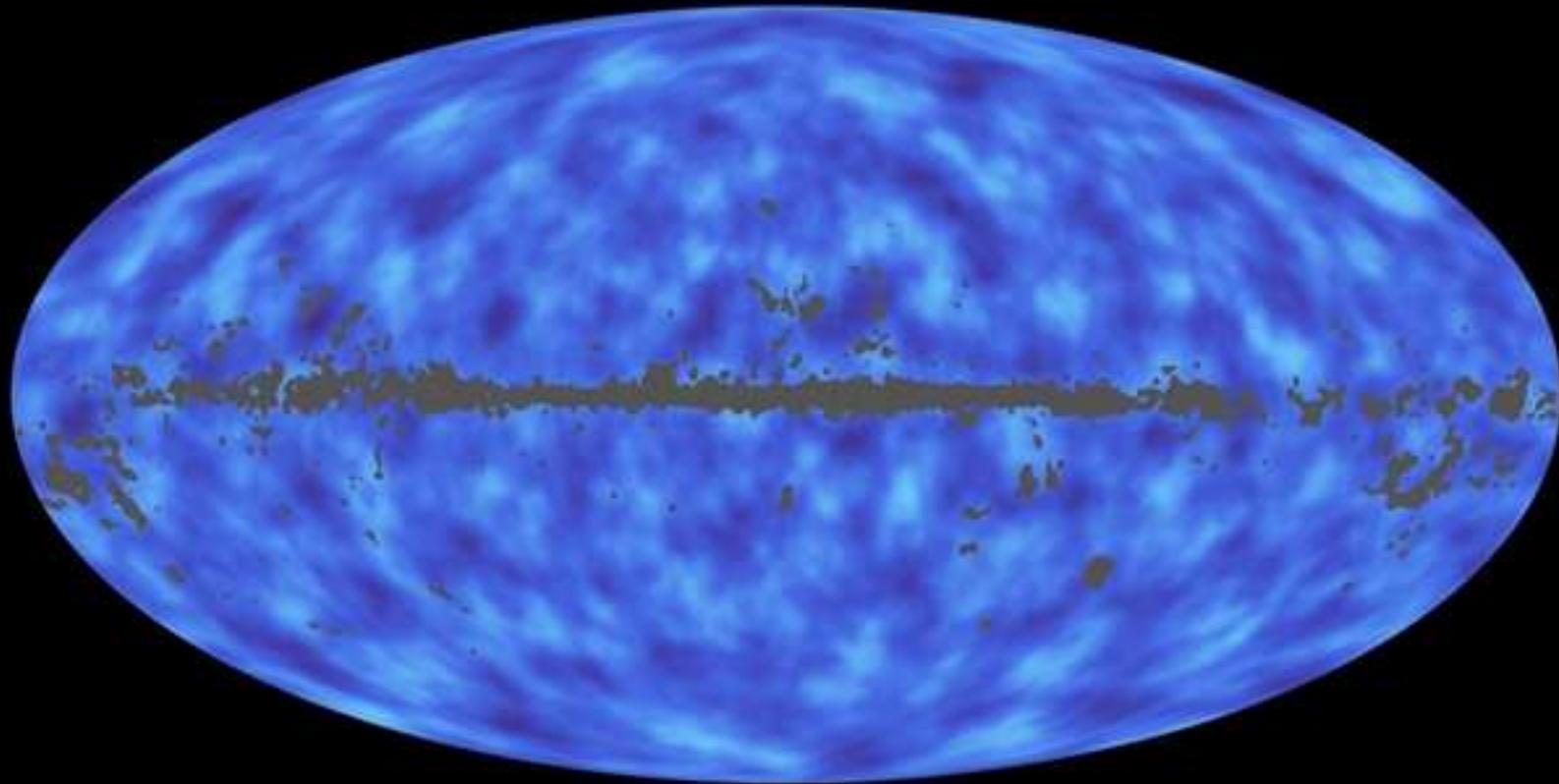




PLANCK



La prima mappa della distribuzione globale della materia oscura nell'universo accessibile



Onde gravitazionali (1916-2016)



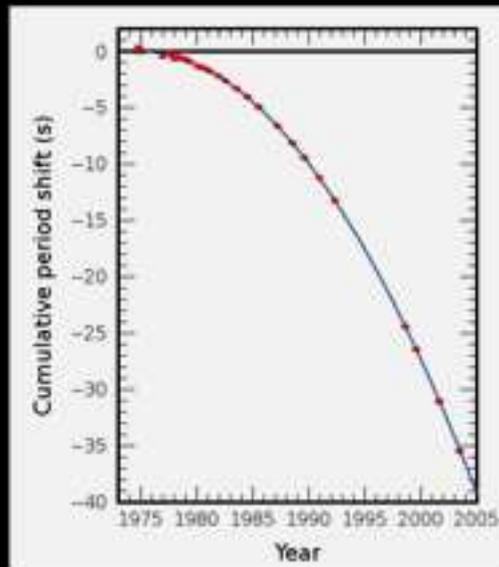
1916: Previste Einstein (scettico sulla possibilità di rilevarle)

1973: Evidenza indiretta da un sistema binario di Pulsar

2016: Prima rivelazione diretta



Russel Hulse

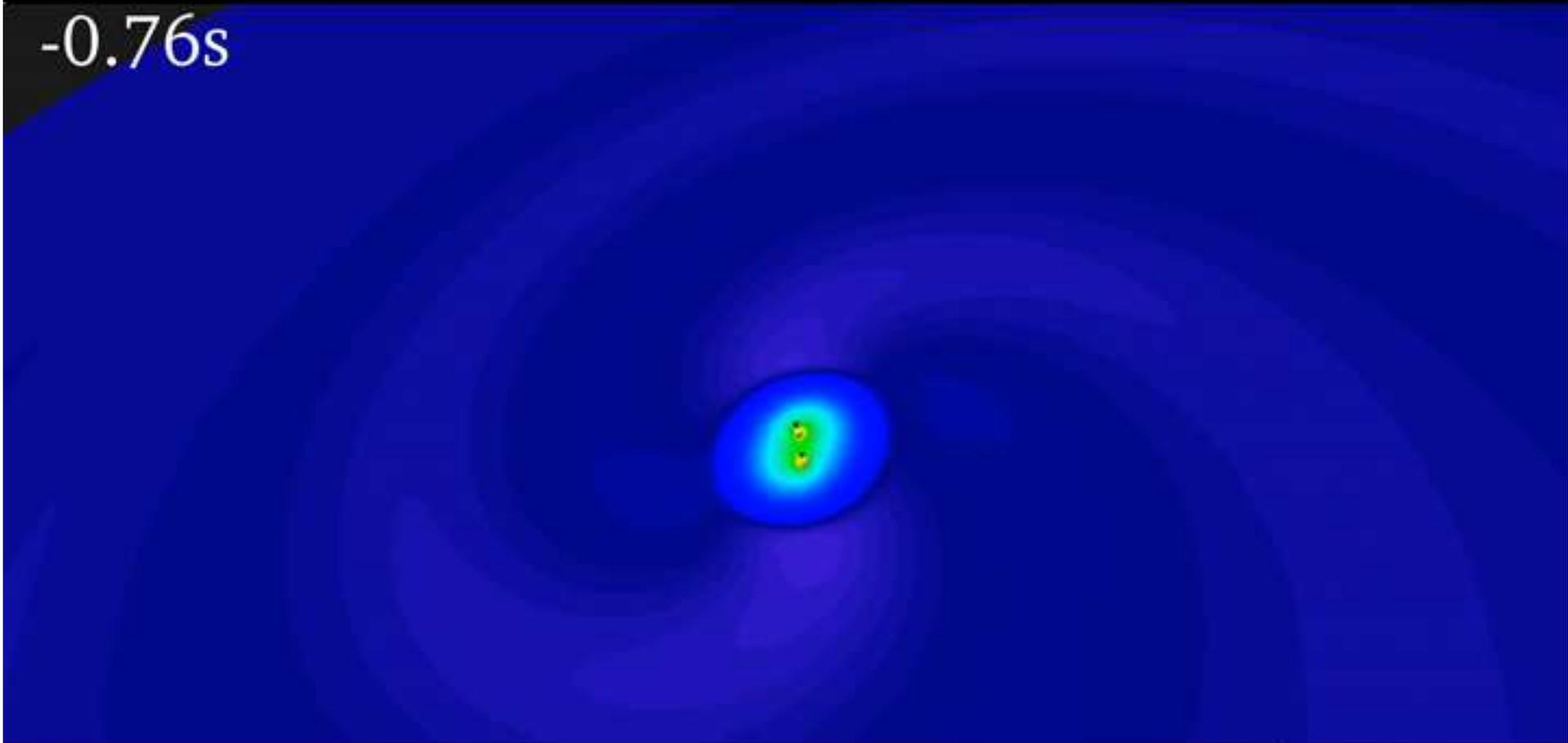


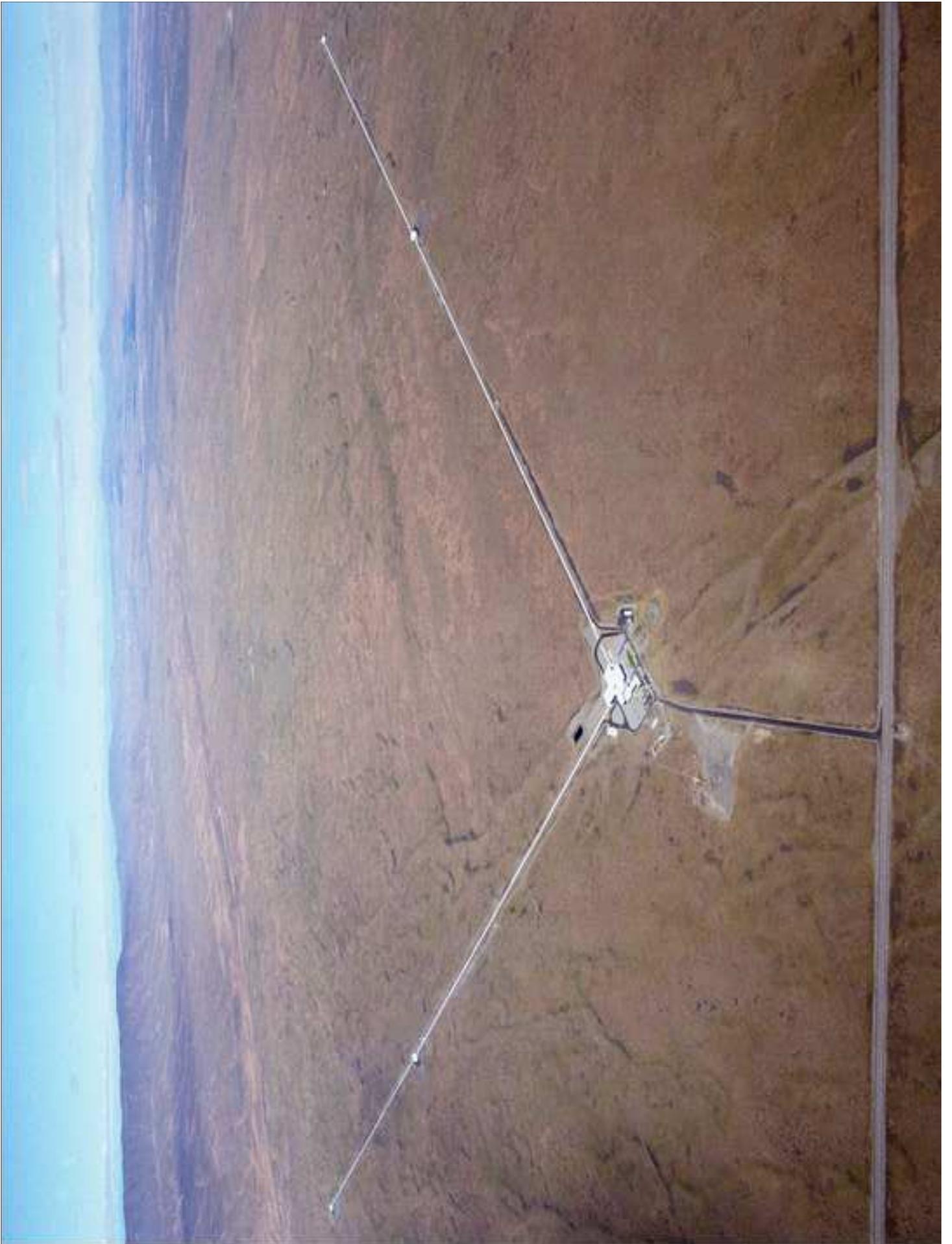
1993 Nobel Prize in Physics

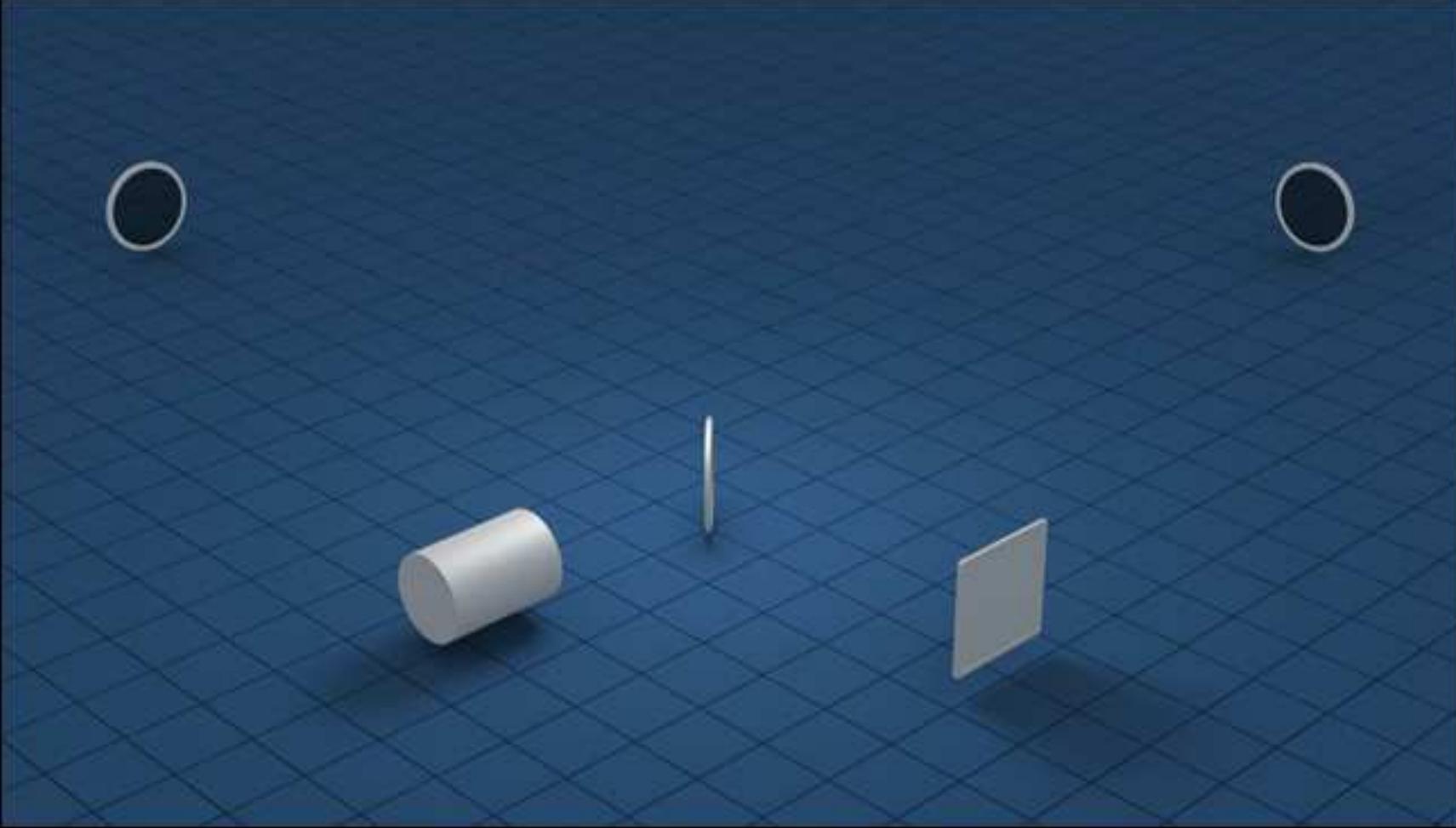


Josep Taylor

-0.76s

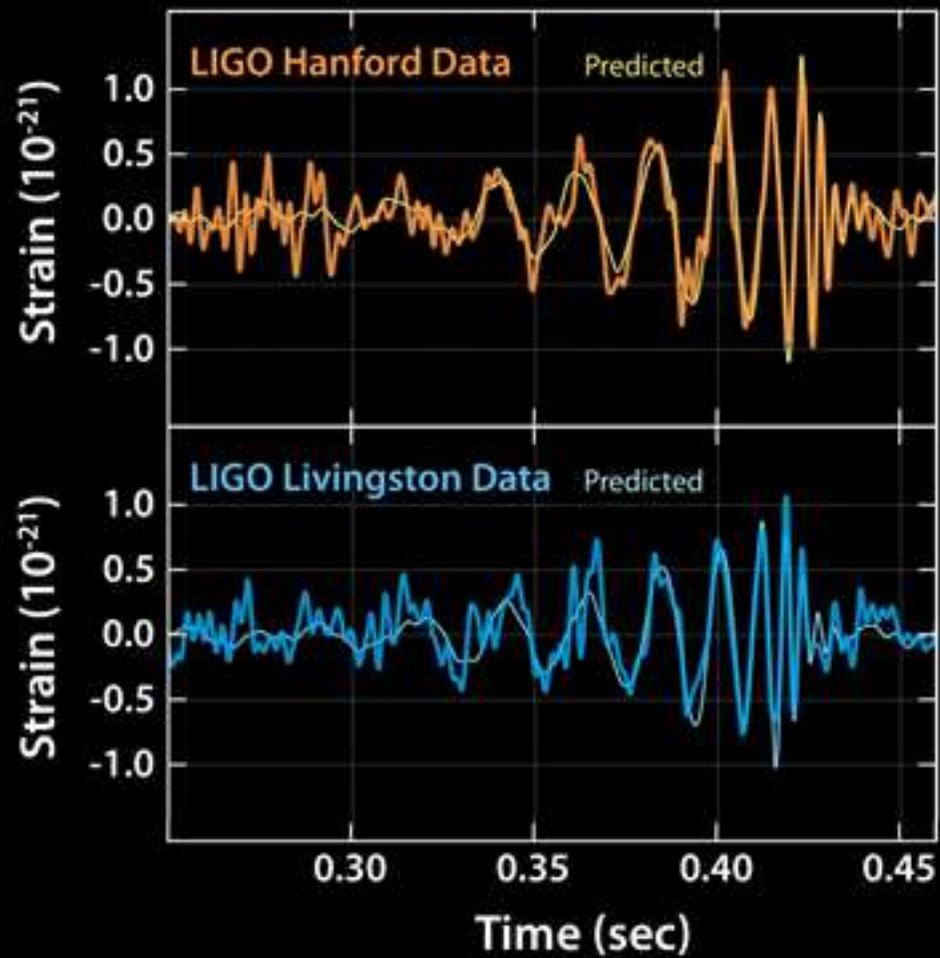






Observation of Gravitational Waves

(GW150914 – 11 February 2016)



La realtà fisica nei suoi aspetti più elementari (spazio, tempo) possiede caratteristiche che sfuggono alla nostra intuizione immediata → Che cosa è “evidenza”?

La ragione è (misteriosamente) abilitata a entrare in rapporto con questo livello non-intuitivo del reale

L'efficacia e la profondità di lettura che ne risulta è sorprendente, con capacità di “previsioni fisiche” (fecondità della matematica!) ben oltre l'ambito della nostra esperienza diretta

La familiarità con il mondo fisico richiede:

- Il sacrificio della visualizzabilità del fenomeno
- La fiducia profonda in una corrispondenza ultima della ragione con il reale
- La tensione a un ordine di grado più profondo (e.g. spazio-tempo) di quello che affiora nell'immediata apparenza (spazio e tempo)